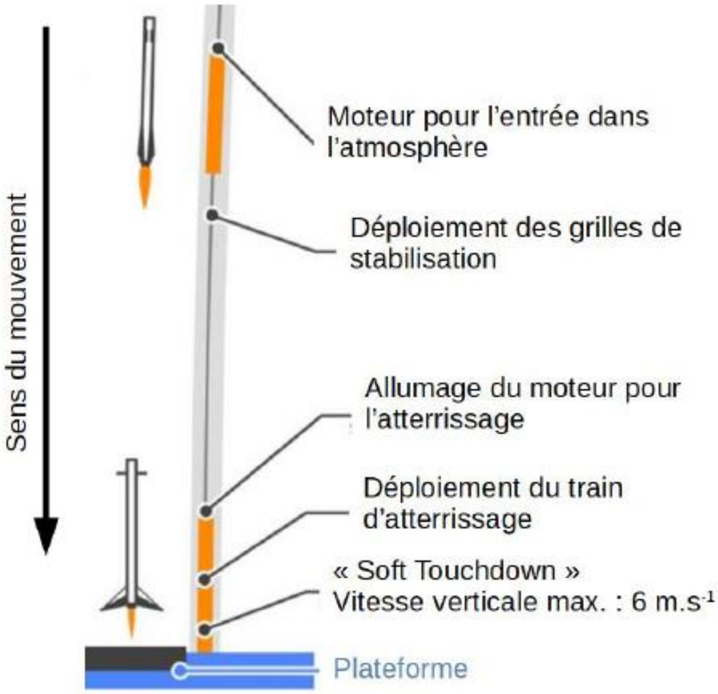
DS SI chapitre 11 ; rattrapage octobre 2023

Une technologie spatiale développée par une société commerciale permet de récupérer le premier étage d'une fusée après son décollage. Le schéma ci-contre montre qu'après la séparation entre le premier et le second étage, le premier revient sur Terre pour atterrir délicatement sur une plateforme. Cet atterrissage doit s'effectuer « en douceur », c'est-à-dire avec une valeur de la composante verticale de la vitesse inférieure à 6 $m \cdot s^{-1}$.

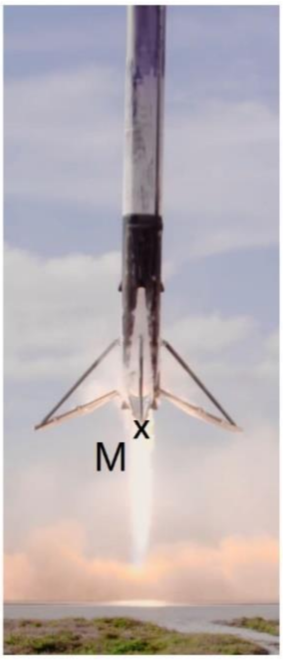
Cet exercice se propose d'étudier le retour sur Terre du premier étage de la fusée

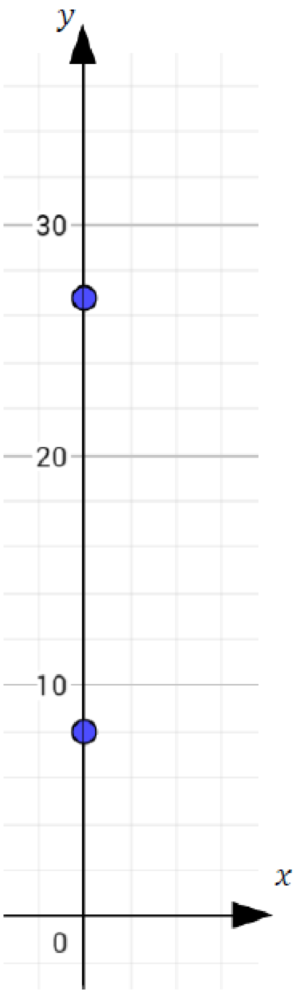
D'après :



https://i.pinimg.com/originals/af/de/c9/afdec9a53447101073019892ab27041f.jpg

Le premier étage de la fusée chute dans l' atmosphère terrestre depuis une altitude de plusieurs dizaines de kilomètres. Pour ralentir sa chute, il utilise son moteur. On étudie le mouvement de cet étage à proximité du sol après le déploiement du train d' atterrissage. Lors de cette dernière phase, sa masse est considérée comme constante. Disposant d' une vidéo de l' atterrissage du premier étage d' une fusée, un pointage des positions du point M a été réalisé et a permis d' obtenir les graphiques 1 et 2 ci-après. On a représenté ci-contre deux positions successives du point M aux dates $t_1 = 0{,}50$ s et $t_2 = 2{,}50$ s lors de la phase de l' atterrissage du premier étage. Celui-ci se trouve alors respectivement aux altitudes y_1 et y_2. Le mouvement est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Lors de la dernière phase de l' atterrissage, le mouvement du système est vertical et s' effectue selon l' axe Oy orienté suivant la verticale ascendante.





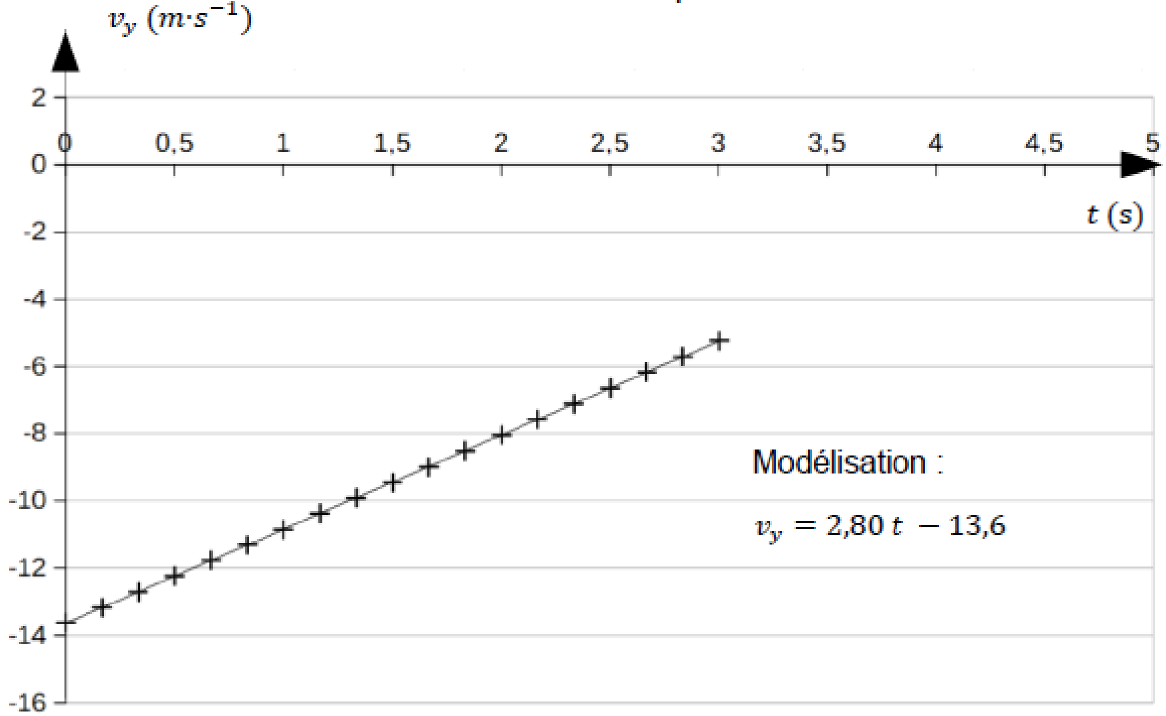
Donnée : $g = 9{,}8$ $m \cdot s^{-2}$.

1. A l'aide de la modélisation du graphique 1, déterminer la valeur de $v_y(t_1)$ et $v_y(t2)$

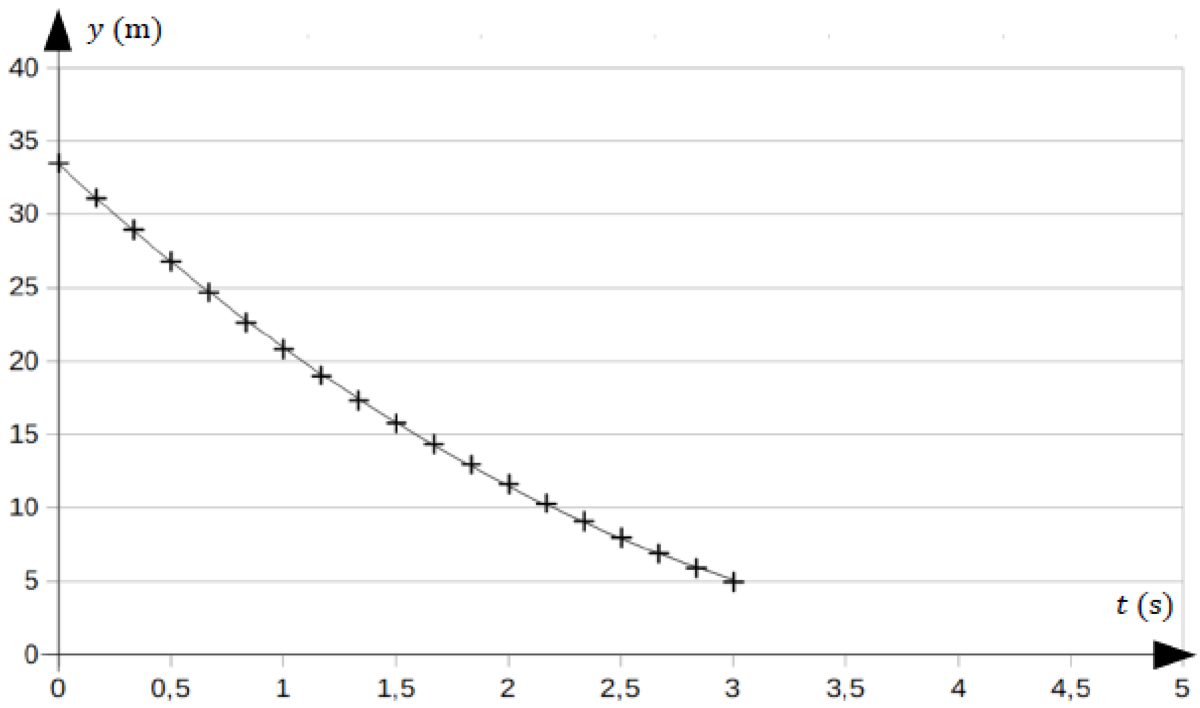
2. Donner l'expression littérale de la norme v_1 et v_2 aux instants t_1 et t_2. En déduire leur valeur numérique.

3. Représenter sur un schéma les vecteurs vitesses $\overrightarrow{v_1}$ et $\overrightarrow{v_2}$ du point M aux instants t_1 et t_2 en utilisant l'échelle de représentation suivante : 1 cm sur votre feuille correspond à 6,0 $m \cdot s^{-1}$

Graphique 1. Évolution de la coordonnée verticale v_y du vecteur vitesse du point M en fonction du temps.



Graphique 2. Évolution de l'altitude y du point M en fonction du temps.



4. Rappeler l'expression littérale de la coordonnée a_y du vecteur accélération. A l'aide de la modélisation du graphique 1, déterminer la valeur de a_y.

5. Rappeler l'expression de la norme 'a' de la norme du vecteur accélération en fonction de ses coordonnées, puis calculer sa valeur.

6. Représenter le vecteur accélération $\vec{a}$ à l'instant t_1 en utilisant l'échelle 1 cm représente une accélération de 1 $m.s^{-2}$.

7. Comment appelle t-on se type de mouvement ? Justifier.

8. L'équation horaire $y = f(t)$ du mouvement du point M peut s'écrire :

$y = 1,40\ t^2 - 13,6\ t + 33$ avec y en m et t en s.

Démontrer que la valeur de l'instant t lorsqu'il touche le sol en admettant que

l'accélération ne varie pas sur les derniers mètres, vaut t =4,7 s. Il faudra résoudre une équation du second degré.

9. En déduire la valeur de la vitesse v lorsqu'il touche le sol.

10. Préciser si l'atterrissage s'effectue « en douceur ».

Bac 2022 Amérique du Sud (jour 1) **Correction ©**
https://labolycee.org
Spécialité physique chimie
Exercice C – ATTERRISSAGE DU PREMIER ÉTAGE D'UNE FUSÉE (5 points)

1. D'après la modélisation indiquée sur le graphique 1, $v_y(t) = 2{,}80.t - 13{,}6$.

$v_y(t_1 = 0{,}50) = 2{,}80\times0{,}50 - 13{,}6 = -12{,}2$ m.s^{-1}.

Par définition, $v = \left\|\vec{v}\right\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$v(t_1 = 0{,}50) = \sqrt{0^2 + (-12{,}2)^2} = 12{,}2$ m.s^{-1}.

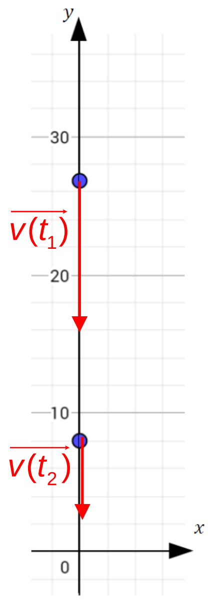
Avec l'échelle imposée (1cm pour 6 m.s^{-1}), le vecteur $\vec{v_1}$ mesure donc 2,0 cm.

De même, $v_y(t_2) = 2{,}80 \times 2{,}50 - 13{,}6 = -6{,}6$ m.s^{-1}

$v(t_2 = 2{,}50) = \sqrt{0^2 + (-6{,}6)^2} = 6{,}6$ m.s^{-1}.

Le vecteur $\vec{v_2}$ mesure donc 1,1 cm.

Les 2 vecteurs vitesse sont orientés vers le bas (sens du mouvement).



2. Par définition, $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ donc $a_y = \dfrac{dv_y}{dt}$

En utilisant la modélisation de la courbe : $v_y = 2{,}80.t - 13{,}6$ donc $a_y = 2{,}80$ m.s^{-2}.

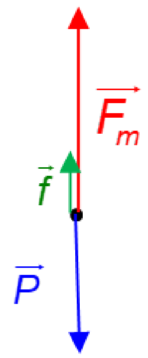
Comme $a_y > 0$, le vecteur accélération est orienté vers le haut, dans le sens opposé au mouvement. Il s'agit d'un mouvement rectiligne uniformément ralenti car :

- la trajectoire est une portion de droite (donc rectiligne),
- le vecteur accélération a un sens opposé au mouvement (donc ralenti),
- la valeur de l'accélération est constante (donc uniformément varié).

3. Les principales forces s'exerçant sur le système sont le poids $\vec{P}$, la poussée des moteurs $\vec{F_m}$ et les frottements dus à l'air $\vec{f}$.

D'après la 2ème loi de Newton appliquée au système {fusée} dans le référentiel terrestre considéré galiléen, $\Sigma\overrightarrow{F_{ext.}} = m.\vec{a}$.

Or le vecteur accélération $\vec{a}$ est orienté vers le haut donc la résultante des forces $\Sigma\overrightarrow{F_{ext.}}$ est également orientée vers le haut : cela implique que la somme des forces ascendantes $\vec{F_m} + \vec{f}$ est plus longue que la force descendante $\vec{P}$.



4. La modélisation de la courbe donne $v_y = 2{,}80.t - 13{,}6$.

Par définition, $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ donc $v_y = \dfrac{dy}{dt}$

En primitivant l'expression de v_y : $y = 2{,}80 \times \frac{t^2}{2} - 13{,}6 \times t + Cte$

En utilisant le graphique 2, $y(t = 0) = 33 \text{ m}$ donc $Cte = 33 \text{ m}$

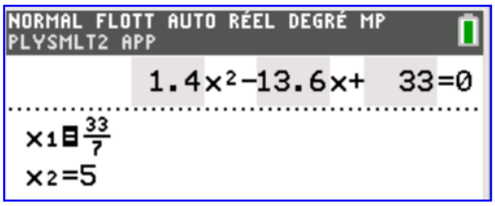
Ainsi, $y = 1{,}40 \times t^2 - 13{,}6 \times t + 33$ (avec y en m et t en s).

5. Pour trouver la vitesse du système quand il touche le sol, il faut d'abord déterminer à quelle date il touche le sol.

Le système touche le sol à la date t_f telle que $y(t_f) = 0$

Il faut résoudre le polynôme du second degré $1{,}40 \times t_f^2 - 13{,}6 \times t_f + 33 = 0$ (de la forme $a.x^2 + b.x + c = 0$) :

$$\begin{cases} t_f = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{-(-13{,}6) - \sqrt{13{,}6^2 - 4 \times 1{,}40 \times 33}}{2 \times 1{,}40} = 4{,}7 \text{ s} \\ t_f' = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{-(-13{,}6) + \sqrt{13{,}6^2 - 4 \times 1{,}40 \times 33}}{2 \times 1{,}40} = 5{,}0 \text{ s} \end{cases}$$



Rq : il est possible d'utiliser sa calculatrice programmable pour résoudre ce polynôme.

Voir le tutoriel d'Yvan Monka https://youtu.be/ncUUcQuVeGY

Donc $\begin{cases} v_y(t_f) = 2{,}80 \times 4{,}7 - 13{,}6 = -0{,}44 \text{ m.s}^{-1} \\ v_y(t_f') = 2{,}80 \times 5{,}0 - 13{,}6 = 0{,}40 \text{ m.s}^{-1} \end{cases}$

On garde la solution $t_f = 4{,}7 \text{ s}$ qui correspond à la réalité physique de la situation car pour $t_f' = 5{,}0 \text{ s}$, la composante v_y du vecteur vitesse est positive et la fusée remonterait !

$v = \|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$v(t_f) = \sqrt{0^2 + (-0{,}44)^2}$ = 0,44 m.s^{-1}.

6. Pour que l'aterrissage se passe en douceur, il faut que la vitesse du système soit inférieure à 6 m.s^{-1} ce qui est bien le cas d'après la question précédente.

On peut remarquer qu'on pouvait répondre sans traiter la question 5 car la vitesse du système était déjà inférieure à 6 m.s^{-1} à la date *t* = 3 s d'après la courbe 1.