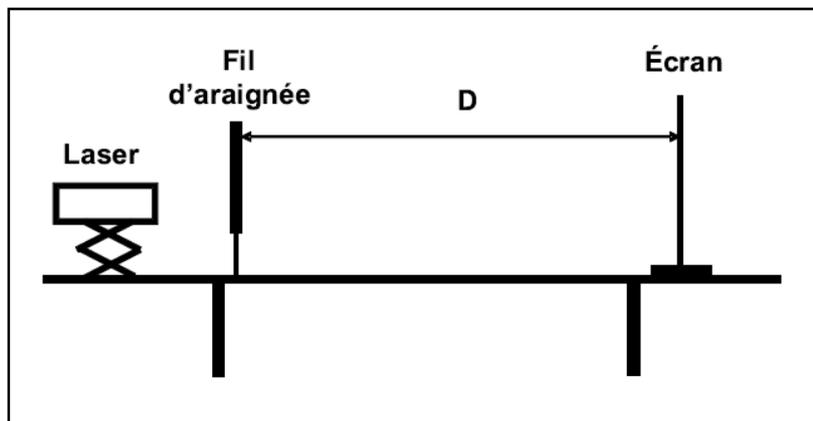


**EXERCICE I – LA SOIE D'ARAIGNÉE** <http://labolycee.org> (7,5 pts)

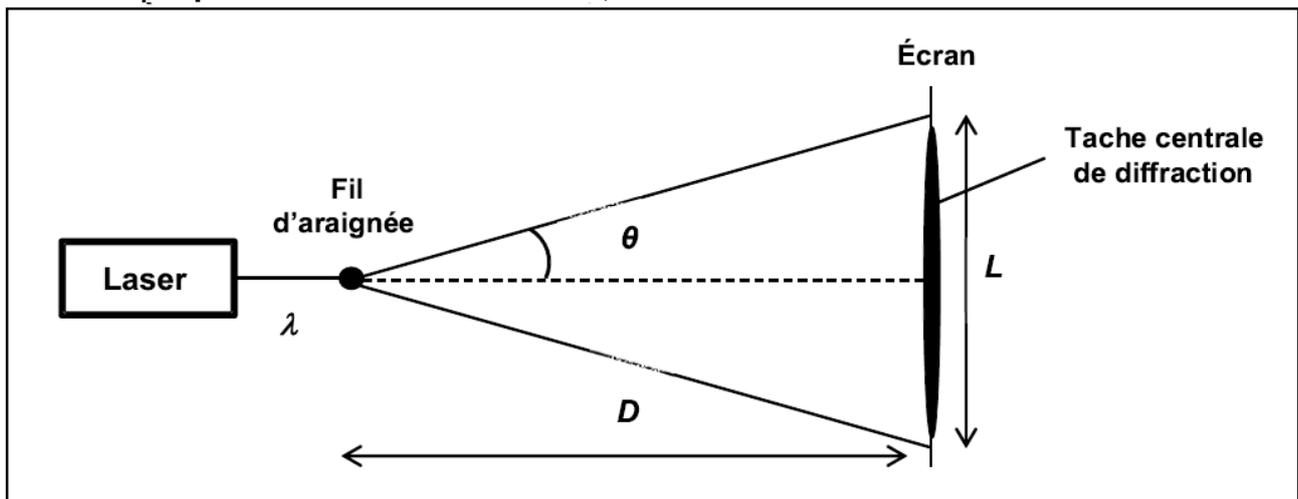
La soie que produisent les araignées pour tisser leurs toiles ou envelopper leurs proies possèdent des propriétés physico-chimiques si exceptionnelles (finesse, régularité, élasticité, solidité, imputrescibilité, etc...) qu'elle est devenue un sujet d'étude pour de nombreux scientifiques. Cet exercice aborde plusieurs aspects de la soie d'araignée considérée comme un matériau d'avenir.

**Détermination du diamètre d'un fil d'araignée**

Un fil d'araignée, de diamètre inconnu noté  $a$ , est maintenu en position verticale et éclairé au moyen d'une source laser rouge de longueur d'onde  $\lambda = 615 \text{ nm}$ . Le fil est placé à quelques centimètres de la source laser et à une distance  $D$  assez éloignée d'un écran vertical. La figure de diffraction obtenue à l'écran est caractérisée par une tache centrale de largeur  $L$  et un angle de diffraction noté  $\theta$ . **Schéma de l'expérience en vue de profil**



**Schéma de l'expérience en vue de dessus, sans souci d'échelle**



- 3.1. Quel caractère de la lumière est mis en évidence par l'apparition d'une figure de diffraction ?  
 3.2. Rappeler l'expression qui lie les grandeurs  $a$ ,  $\theta$  et  $\lambda$ . Sachant que  $\tan \theta = \theta$  pour les faibles valeurs de  $\theta$  en radian, démontrer que la largeur  $L$  de la tache centrale de diffraction admet pour expression littérale :

$$L = \frac{2 \cdot \lambda \cdot D}{a}$$

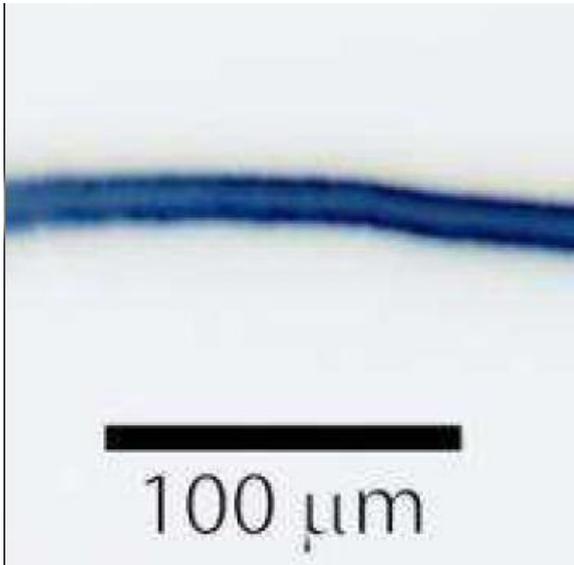
3.3. Calculer, en m puis en  $\mu\text{m}$ , le diamètre  $a$  du fil d'araignée analysé sachant que  $D = 2,00 \pm 0,01$  m et  $L = 18,8 \pm 0,4$  cm.

3.4. La source lumineuse étant un laser, on fera l'hypothèse que l'incertitude sur la longueur d'onde peut être négligée par rapport aux autres incertitudes. L'incertitude absolue  $U(a)$  associée à la mesure du diamètre  $a$  du fil d'araignée dépend uniquement des incertitudes absolues  $U(D)$  et  $U(L)$  associées aux distances  $D$  et  $L$  selon la relation suivante :

$$\left(\frac{U(a)}{a}\right)^2 = \left(\frac{U(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{U(L)}{L}\right)^2$$

Exprimer le résultat de la mesure expérimentale du diamètre  $a$  du fil d'araignée sous la forme d'un encadrement.

3.5. Le même fil d'araignée que celui étudié dans la partie précédente est maintenant observé et photographié à l'aide d'un microscope optique équipé d'un appareil photo numérique. Voici le cliché obtenu :



Déterminer le diamètre  $a$  du fil à partir du cliché ci-dessus et donner le résultat assorti de l'incertitude absolue  $U(a)$  associée à cette valeur. Dans cette mesure, on considère que :

$\frac{U(a)}{a} = \frac{U(d)}{d}$  avec  $d$  la valeur mesurée sur la photographie et  $U(d)$  l'incertitude absolue associée que vous estimerez.

3.6. La mesure par diffraction du diamètre du fil d'araignée réalisée dans la partie précédente est-elle cohérente avec la mesure effectuée au microscope optique ? Détailler la réponse.

3.7. Quelle méthode est-il préférable d'utiliser pour réaliser cette mesure ? Justifier votre réponse.

## EXERCICE II : LES LIDAR « LIGHT DETECTION AND RANGING » (10,5 PTS)

Les LiDAR, acronyme de « Light Detection And Ranging » sont des systèmes de mesure à distance utilisant généralement les propriétés laser. On les utilise pour la télémétrie (distance Terre-Lune par exemple), la topographie (réalisation de cartes), les mesures de concentrations de gaz ou encore pour déterminer la vitesse des vents.

**Données à 25°C :**

Célérité en $\text{m.s}^{-1}$	Dans l'air	Dans l'eau
onde sonore et ultrasonore :	$3,40 \times 10^2$	$1,48 \times 10^3$
onde électromagnétique :	$3,00 \times 10^8$	$2,26 \times 10^8$

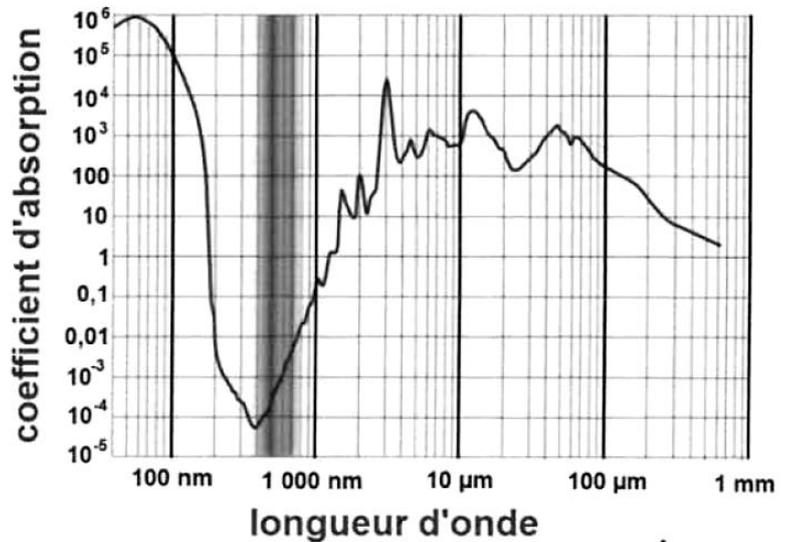
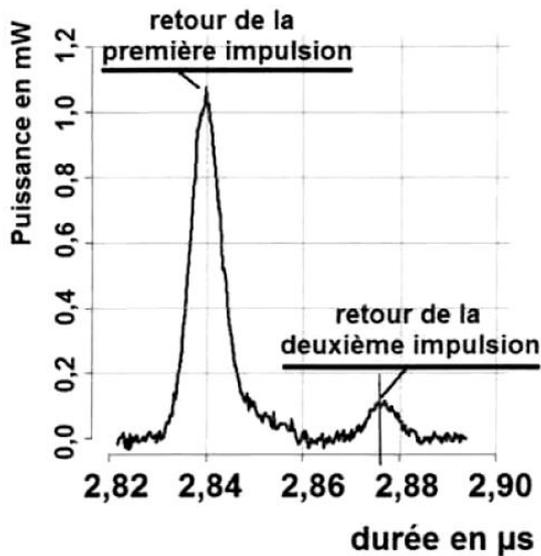
Constante de Planck :  $h = 6,62 \times 10^{-34}$  J.s

### 1. Le LiDAR bathymétrique.

Les systèmes LiDAR bathymétriques aéroportés ressemblent au LiDAR topographique mais ils sont constitués de deux lasers différents : un laser infrarouge et un laser vert. Ils servent à déterminer la profondeur de l'eau. Pour cela, le LiDAR envoie deux impulsions simultanées (une impulsion verte et une impulsion infrarouge). Le rayonnement infrarouge sert à repérer la surface de l'eau. Le rayonnement vert, quant à lui, pénètre dans l'eau et est réfléchi par le fond.

En mesurant la différence entre les temps de parcours des deux impulsions laser (Document n°2), on peut déterminer la profondeur de l'eau.

D'après : <http://wikhydro.developpement-durable.gouv.fr/>



**Document n°2 :**

puissance lumineuse reçue par le récepteur en fonction du temps.

**Spectre n°1 :** spectre d'absorption de l'eau.

La radiation est d'autant plus absorbée que le coefficient d'absorption est élevé.

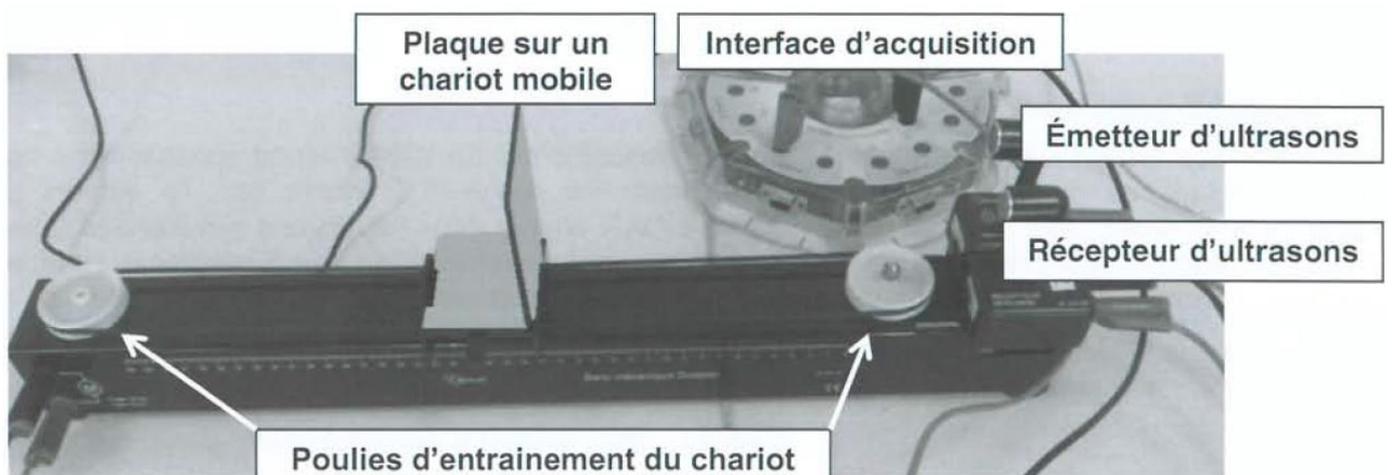
- 1.1. Les longueurs d'onde des deux lasers sont de 532 nm et de 1064 nm. Attribuer, en justifiant, la longueur d'onde à chacun des deux lasers du LiDAR bathymétrique.
- 1.2. Expliquer pourquoi il est plus judicieux d'utiliser le laser vert, plutôt que le laser infrarouge, pour détecter le fond de l'eau.
- 1.3. En vous appuyant sur un schéma expliquant le principe de cette mesure, estimer la valeur de la profondeur de l'eau à l'endroit où la mesure du document n°2 a été effectuée.

**2. Le LiDAR à effet Doppler**

Il permet de faire des mesures de la vitesse de vents ou de nuages grâce à l'effet Doppler. Pour présenter ce principe, un professeur propose le dispositif expérimental photographié ci-après dans lequel le LiDAR est remplacé par un ensemble « émetteur – récepteur » d'ultrasons et le nuage est modélisé par une plaque fixée sur un chariot mobile.

On suppose que la température de la salle est de 25°C.

**Photographie du dispositif expérimental :**



À l'aide de ce dispositif, le professeur a proposé aux élèves de réaliser deux expériences pour mesurer la vitesse de déplacement d'un objet.

### Expérience n°1

Pour déterminer la valeur  $v$  de la vitesse de déplacement du chariot, Anna, à l'aide d'un chronomètre, mesure la durée mise par le chariot pour se déplacer d'une distance  $d = 30,0 \pm 0,5$  cm. Elle réalise plusieurs chronométrages dont les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Mesure n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Durée $\tau$ (en s)	2,08	2,05	2,06	2,13	2,08	2,07	2,09	2,05	2,08	2,09

Dans les conditions de l'expérience :

- L'écart-type sur la durée est  $\sigma_{n-1} = 2,35 \times 10^{-2}$  s
- L'incertitude sur la durée se calcule avec la formule  $U(\tau) = \frac{2,26 \times \sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$ , où  $n$  est le nombre de mesures réalisées.
- L'incertitude relative sur la valeur de la vitesse est  $\frac{U(v)}{v} = \sqrt{\left(\frac{U(\tau)}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{U(d)}{d}\right)^2}$

### Expérience n°2

Avec les mêmes réglages, Karim détermine la valeur de la vitesse  $v$  de déplacement du chariot à l'aide de l'effet Doppler.

Disposant d'une interface d'acquisition et d'un logiciel de traitement, il mesure la fréquence reçue par le récepteur dans deux situations expérimentales :

- Lorsque le chariot est immobile,  $f_1 = 42170$  Hz.
- Lorsque le chariot est mouvement,  $f_2 = 42134$  Hz.

Dans les conditions de l'expérience :

- Lors de la réflexion sur un obstacle en mouvement, la fréquence de l'onde reçue après réflexion est différente de celle de l'onde émise de fréquence  $f_{ém}$ .
- La valeur absolue de la variation de fréquence  $|\Delta f|$  est donnée par :  $|\Delta f| = \frac{2 \times v \times f_{ém}}{c}$

Dans cette relation :

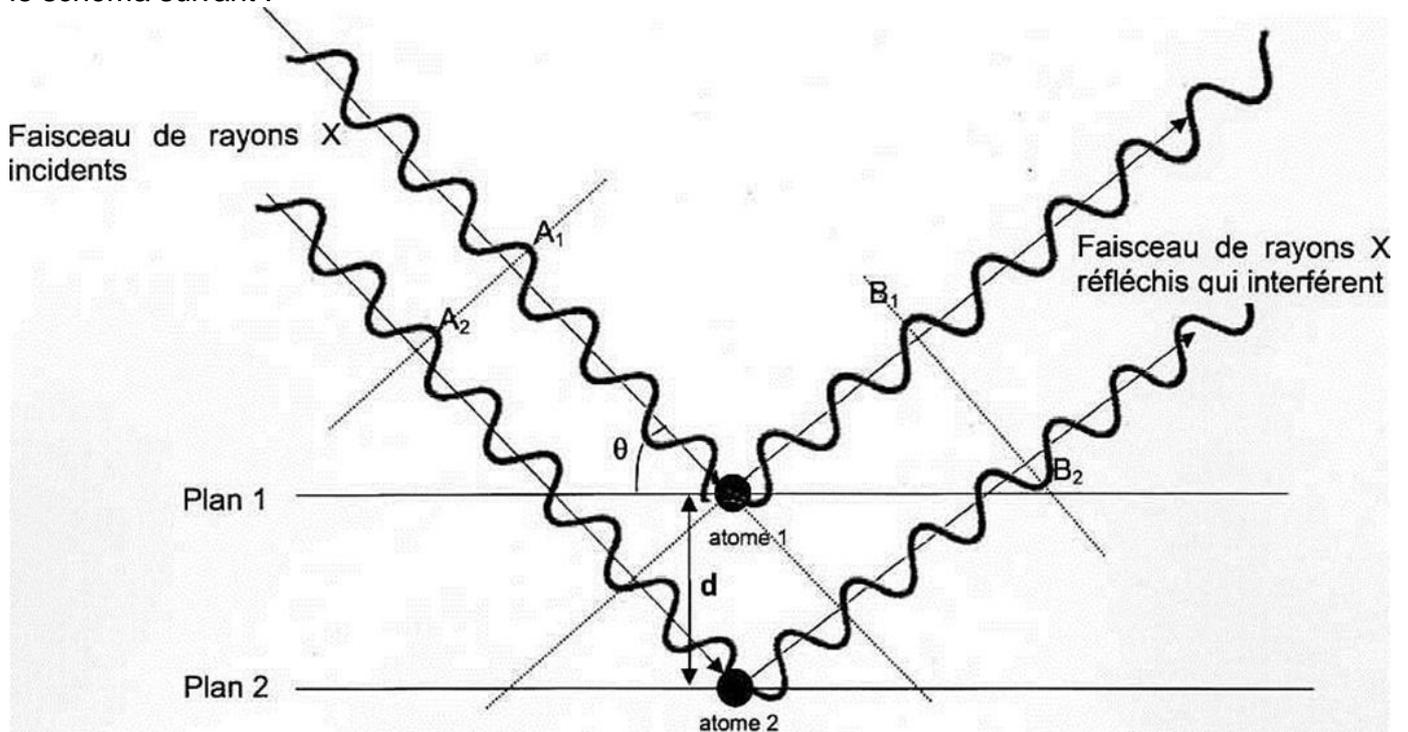
- $v$  est la valeur de la vitesse de déplacement de l'obstacle par rapport à la source ;
- $c$  est la célérité de l'onde.

- 2.1. Citer une différence entre les ondes utilisées par un LiDAR et celles utilisée dans ces deux expériences.
- 2.2. Dans le cas de l'expérience n°1, déterminer la valeur de la vitesse de déplacement du chariot, notée  $v_{exp1}$  et exprimer le résultat en prenant en compte l'incertitude associée.
- 2.3. Lors de l'expérience n°2, le chariot se rapproche-t-il ou s'éloigne-t-il de l'ensemble « émetteur-récepteur ? Justifier.
- 2.4. L'incertitude relative sur la valeur de la vitesse déterminée dans l'expérience 2 est de 5 %. Les deux expériences donnent-elles des valeurs de vitesses compatibles ?

Exercice III (2 points) **LES RAYONS X, OUTIL D'INVESTIGATION**

### Application à l'étude des structures cristallines

Les rayons X sont utilisés pour explorer la matière et par exemple pour évaluer la distance  $d$  entre deux plans 1 et 2 voisins d'atomes dans un cristal. Lorsqu'on envoie un faisceau de rayons X de longueur d'onde  $\lambda$  sur un cristal, ils sont réfléchis par les atomes qui constituent le cristal. Les ondes réfléchies par les atomes interfèrent. On peut représenter de façon très simplifiée cette situation par le schéma suivant :



#### Données :

- la différence de parcours entre deux ondes incidentes qui se réfléchissent sur deux plans successifs est donnée par la relation :  $\delta = 2 d \cdot \sin \theta$ , où  $d$  est la distance entre deux atomes voisins et  $\theta$  l'angle entre le rayon et le plan.
  - dans le cas d'interférences constructives, la différence de parcours vaut :  $\delta = k \cdot \lambda$
  - dans le cas d'interférences destructives, la différence de parcours vaut :  $\delta = (k + \frac{1}{2}) \cdot \lambda$
- où  $k$  est un nombre entier positif ou négatif et  $\lambda$  la longueur d'onde des ondes qui interfèrent.

1). En exploitant le schéma précédent, préciser :

- Si les deux rayons incidents interfèrent avec les états vibratoires représentés en  $A_1$  et  $A_2$ , on obtient des interférences constructives ou destructives.
- Si les deux rayons réfléchis interfèrent avec les états vibratoires représentés en  $B_1$  et  $B_2$ , on obtient des interférences constructives ou destructives.
- Pourquoi les interférences ne sont pas de même nature entre  $A_1/A_2$  et  $B_1/B_2$ .

2) Pour un angle  $\theta$  de  $10,4^\circ$  et une longueur d'onde de  $0,154 \text{ nm}$ , déterminer la valeur de  $d$  dans le cristal, dans le cas où l'on obtient des interférences constructives pour une différence de parcours minimale.

Correction

**Exercice 1 Détermination du diamètre d'un fil d'araignée**

3.1. (0,5 pt) La diffraction met en évidence le caractère ondulatoire de la lumière.

3.2. (1,5 pt) On a  $\theta = \frac{\lambda}{a}$ .

Par ailleurs dans le triangle FGH, rectangle en H, on a

$$\tan(\theta) = \frac{GH}{FH} = \frac{\frac{L}{2}}{D} = \frac{L}{2.D}$$

Ici l'angle  $\theta$  est petit, alors  $\tan(\theta) = \theta$  donc  $\theta = \frac{L}{2.D}$ .

On obtient  $L = 2.D.\theta$ , en remplaçant  $\theta$  par  $\frac{\lambda}{a}$ , on retrouve  $L = 2.D.\frac{\lambda}{a}$

3.3. (1,5 pt) D'après l'expression précédente  $a = \frac{2.D.\lambda}{L}$ .

$$a = \frac{2 \times 2,00 \times 615 \times 10^{-9}}{0,188} = 1,31 \times 10^{-5} \text{ m} = 13,1 \times 10^{-6} \text{ m} = 13,1 \text{ } \mu\text{m} \text{ (1pt)}$$

Remarque : Pour le calcul, on ne tient pas compte des incertitudes indiquées.

3.4. (1 pt) Pour obtenir l'encadrement demandé, il faut calculer  $U(a)$ .

$$\left(\frac{U(a)}{a}\right)^2 = \left(\frac{U(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{U(L)}{L}\right)^2$$

$$\left(\frac{U(a)}{a}\right) = \sqrt{\left(\frac{U(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{U(L)}{L}\right)^2}$$

$$U(a) = a \cdot \sqrt{\left(\frac{U(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{U(L)}{L}\right)^2}$$

Comme  $D = 2,00 \pm 0,01$  m alors  $U(D) = 0,01$  m,  
et comme  $L = 18,8 \pm 0,4$  cm alors  $U(L) = 0,4$  cm.  
D'autre part  $a = 13,1 \text{ } \mu\text{m}$ .

$$U(a) = 13,1 \times \sqrt{\left(\frac{0,01}{2,00}\right)^2 + \left(\frac{0,4}{18,8}\right)^2} = 0,3 \text{ } \mu\text{m}$$

On a arrondi l'incertitude à un seul chiffre significatif par excès.

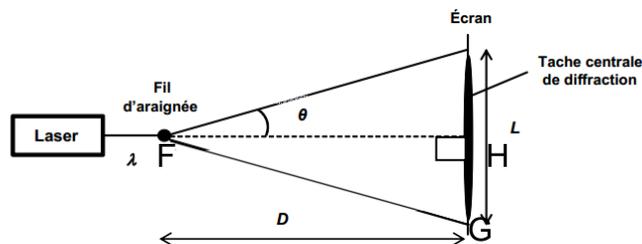
Dès lors  $a = 13,1 \pm 0,3 \text{ } \mu\text{m}$ .

Remarque concernant les unités : il faut veiller à ce que  $U(D)$  et  $D$  possèdent la même unité, ainsi leur rapport est sans unités. De même pour  $U(L)$ ,  $L$  et leur rapport. Alors  $U(a)$  possède la même unité que  $a$ .

3.5. (2 pts) Sur le schéma l'échelle indiquée en bas à gauche donne  $3,1 \text{ cm} \rightarrow 100 \text{ } \mu\text{m}$   
Le diamètre mesure  $d = 0,4 \text{ cm} \rightarrow a \text{ } \mu\text{m}$

$$a = \frac{100 \times 0,4}{3,1} = 13 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\frac{U(a)}{a} = \frac{U(d)}{d} \text{ donc } U(a) = a \cdot \frac{U(d)}{d}$$

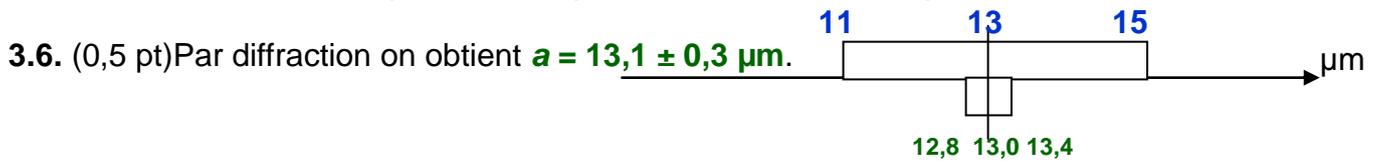


Si on estime l'incertitude absolue  $U(d)$  de la mesure à la règle à 0,05 cm, alors

$$U(a) = 12,9 \times \frac{0,05}{0,4} = 1,6 \mu\text{m}, \text{ on arrondit par excès en ne conservant qu'un chiffre significatif.}$$

$$U(a) = 2 \mu\text{m}$$

Finalement cette méthode par microscopie conduit à  $a = 13 \pm 2 \mu\text{m}$ .



Les deux méthodes de mesure sont cohérentes car elles donnent des intervalles qui se recouvrent partiellement.

3.7. (0,5 pt) On voit que l'intervalle obtenu par diffraction est plus étroit que celui obtenu par microscopie, ainsi il faut privilégier la méthode de mesure par diffraction.

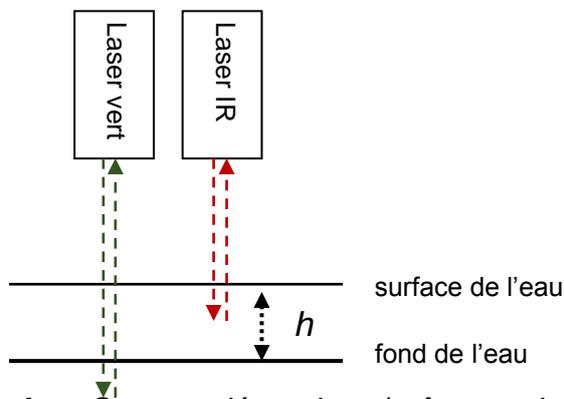
## Exercice II (10,5 pts)

### 2. Le LiDAR bathymétrique.

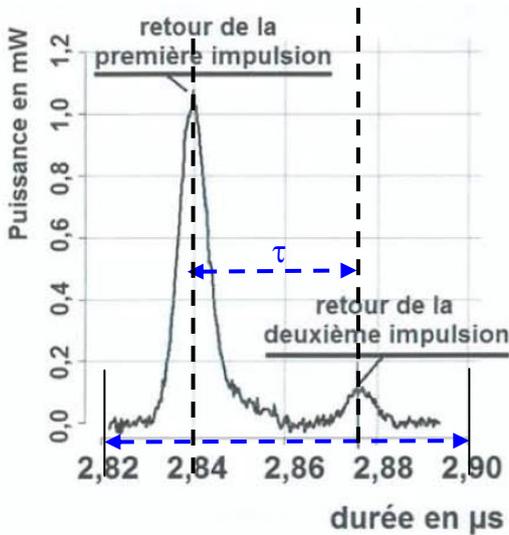
2.1. (1 pt) Le laser vert a une longueur d'onde de 532 nm (car  $400 \text{ nm} \leq \lambda_{\text{visible}} \leq 800 \text{ nm}$ ) tandis que le laser infrarouge a une longueur d'onde de 1064 nm ( $\lambda_{\text{IR}} \geq 800 \text{ nm}$ ).

2.2. (1 pt) Comme le montre le spectre d'absorption de l'eau, le rayonnement IR utilisé est fortement absorbé contrairement au rayonnement vert utilisé : il est donc plus judicieux d'utiliser le laser vert pour détecter le fond de l'eau car celui-ci peut facilement effectuer l'aller-retour dans l'eau.

2.3. (1 pt) D'après le texte, le laser infrarouge sert à repérer la surface de l'eau tandis que le laser vert sert à repérer le fond de l'eau d'où le schéma de principe suivant :



**Démarche :** On peut déterminer (grâce au doc 2) le retard entre le retour de la 1<sup>ère</sup> impulsion et le retour de la 2<sup>ème</sup> impulsion :  $\tau = \Delta t_V - \Delta t_{IR}$ .



$$\tau \longrightarrow 2,2 \text{ cm}$$

$$2,90 - 2,82 = 0,08 \text{ } \mu\text{s} \longrightarrow 5,0 \text{ cm}$$

$$\tau = \frac{0,08 \times 2,2}{5,0} = 0,0352 \text{ } \mu\text{s} \approx 0,035 \text{ } \mu\text{s}$$

### Valeur de tau (1pt)

Ce retard  $\tau$  correspond à la distance  $2h$  (à cause de l'aller-retour) parcourue par la lumière verte à la célérité de la lumière dans l'eau :  $v = \frac{2h}{\tau}$  donc  $h = \frac{\tau \cdot v}{2}$

$$(1\text{pt}) h = \frac{0,0352 \times 10^{-6} \times 2,26 \times 10^8}{2} = 3,9976 \text{ m, soit avec 2 chiffres significatifs } h = 4,0 \text{ m.}$$

## 3. Le LiDAR à effet Doppler

**3.1. (0,5 pt)** - Les ondes ultrasonores sont des ondes mécaniques qui nécessitent donc un milieu matériel pour se propager contrairement aux ondes électromagnétiques.  
 - Les fréquences des deux ondes sont différentes.  
 - Leurs célérités sont différentes.

**3.2.** Calcul de la vitesse du chariot :  $v_{\text{exp1}} = \frac{d}{\tau}$  avec  $\bar{\tau} = 2,078 \text{ s}$  (moyenne de  $\tau$  sur  $n = 10$  mesures, non arrondie car résultat intermédiaire).

$$v_{\text{exp1}} = \frac{30,0 \times 10^{-2}}{2,078} = 0,144 \text{ m.s}^{-1} \text{ (1pt)}$$

```

1-Var Stats
x̄=2,078
Σx=20,78
Σx²=43,1858
Sx=.0234757558
σx=.0222710575
↓n=10
  
```

Calcul de l'incertitude  $U(\tau) = \frac{2,26 \times \sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$  avec  $n = 10$  et  $\sigma_{n-1} = 2,35 \times 10^{-2} \text{ s}$  (donné ici mais à savoir calculer voir <https://fr.slideshare.net/Labolycee/ts-tpc2calculatricemoy-ecart> )

$$U(\tau) = \frac{2,26 \times 2,35 \times 10^{-2}}{\sqrt{10}} = 1,7 \times 10^{-2} \text{ s} = 2 \times 10^{-2} \text{ s (0,5 pt)}$$

$$\text{Calcul de l'incertitude } U(v_{\text{exp1}}) = v_{\text{exp1}} \cdot \sqrt{\left(\frac{U(\tau)}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{U(d)}{d}\right)^2}$$

$$U(v_{\text{exp1}}) = 0,144 \times \sqrt{\left(\frac{2 \times 10^{-2}}{2,078}\right)^2 + \left(\frac{0,5}{30,0}\right)^2} = 0,00278 \approx 0,003 \text{ m.s}^{-1} \text{ (0,5 pt)}$$

Ainsi  $v_{\text{exp1}} = (0,144 \pm 0,003) \text{ m.s}^{-1}$  ou  $0,141 \text{ m.s}^{-1} \leq v_{\text{exp1}} \leq 0,147 \text{ m.s}^{-1}$ .

**3.3. (1 pt)**  $f_2 < f_1$  : On constate que la fréquence perçue par le récepteur lorsque le chariot est en mouvement est inférieure à celle émise par le chariot donc celui-ci s'éloigne du récepteur (tout comme la sirène de l'ambulance qui paraît plus grave lorsqu'elle s'éloigne).

3.4. Pour répondre, il faut d'abord déterminer la valeur de  $v_{\text{exp2}}$  et son encadrement.

$$|\Delta f| = \frac{2 \times v \times f_{\text{em}}}{c} \text{ donc } v = \frac{|\Delta f| \times c}{2 \times f_{\text{em}}}$$

(Attention : la notation  $c$  est trompeuse : il s'agit de la célérité de l'onde utilisée et pas la vitesse de la lumière ici)

Avec les notations de l'énoncé :  $f_{\text{em}} = f_1$  et  $\Delta f = f_2 - f_1$  donc  $v_{\text{exp2}} = \frac{|f_2 - f_1| \times v_{\text{son}}}{2 \times f_1}$

$$v_{\text{exp2}} = \frac{|42134 - 42170| \times 3,40 \times 10^2}{2 \times 42170} = \frac{36 \times 340}{2 \times 42170} = 0,145 \text{ m.s}^{-1} \text{ (1 pt)}$$

D'après l'énoncé,  $\frac{U(v_{\text{exp2}})}{v_{\text{exp2}}} = 5\%$  donc  $U(v_{\text{exp2}}) = 0,05 \times 0,145 = 0,00726 = 0,008 \text{ m.s}^{-1}$  (0,5 pt)

$$v_{\text{exp2}} = (0,145 \pm 0,008) \text{ m.s}^{-1} \text{ que l'on peut aussi écrire } 0,137 \text{ m.s}^{-1} \leq v_{\text{exp2}} \leq 0,153 \text{ m.s}^{-1} \text{ (0,5 pt)}$$

Et on a obtenu pour l'expérience 1 :  $0,141 \text{ m.s}^{-1} \leq v_{\text{exp1}} \leq 0,147 \text{ m.s}^{-1}$ .

Les résultats des deux expériences sont compatibles car les intervalles de confiance se chevauchent.

### Exercice 3

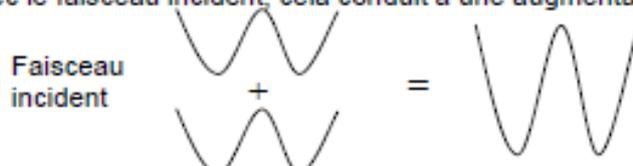
#### 3. Application à l'étude des structures cristallines

3.1. Les points  $A_1$  et  $A_2$  vibrent en phase, les deux rayons incidents interfèrent de façon constructive.

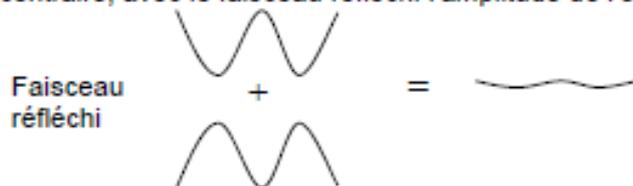
Les points  $B_1$  et  $B_2$  vibrent en opposition de phase, les deux rayons réfléchis interfèrent de façon destructive.

Les amplitudes des ondes qui interfèrent s'additionnent.

Avec le faisceau incident, cela conduit à une augmentation de l'amplitude de l'onde résultante.



Au contraire, avec le faisceau réfléchi l'amplitude de l'onde résultante est nulle.



Voir : <http://labosims.org/animations/interference/interference.html>

3.2. Dans le cas d'interférences constructives :  $\delta = k\lambda$ .

Pour une différence de parcours minimale,  $k = 1$  ainsi  $\delta = \lambda$ .

De plus, ici  $\delta = 2.d.\sin\theta$ .

Alors  $\delta = 2.d.\sin\theta = \lambda$  et donc  $d = \frac{\lambda}{2 \sin\theta}$

$$d = \frac{0,154 \times 10^{-9}}{2 \times \sin(10,4^\circ)} = 4,27 \times 10^{-10} \text{ m}$$

Remarque : on retrouve une valeur cohérente avec la distance interatomique (1<sup>ère</sup> S).

[RETOUR AU SUJET](#)