

## Chapitre 5: cinématique et dynamique newtoniennes

### Bac blanc 2013

#### I) la ballade en voiture.

Antoine conduit sa voiture.

L'automobiliste aborde un virage circulaire de rayon  $R = 25 \text{ m}$  à une vitesse constante de valeur  $v = 36 \text{ km.h}^{-1}$ .

La figure qui suit représente 20 positions du centre d'inertie du système {Antoine + voiture} au cours de son mouvement.

1) L'automobiliste est animé d'un mouvement circulaire et uniforme. Trajectoire circulaire et vitesse constante.

2) Valeur de la vitesse de l'automobiliste :  $v = 36 / 3,6 = 10 \text{ m.s}^{-1}$ .

3) 4) et 5) Voir figure ci-dessous pour les tracés.

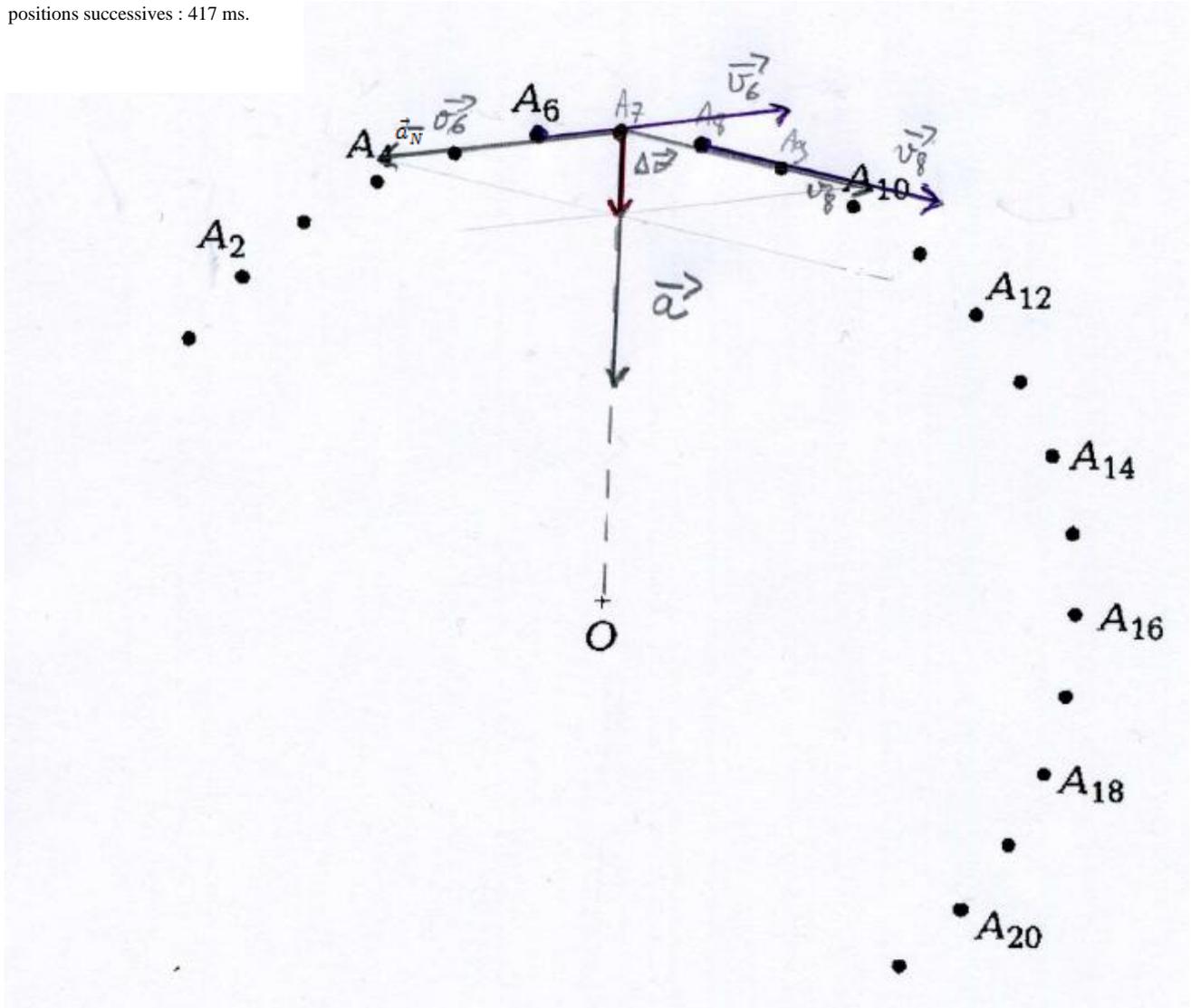
Echelle des vitesses : 3 cm pour  $10 \text{ m.s}^{-1}$ .  $\Delta \vec{v}$  représenté par 1,0 cm soit  $\Delta v = 3,3(3) \text{ m.s}^{-1}$

Echelle de l'accélération : 3 cm pour  $4,0 \text{ m.s}^{-2}$ .  $\vec{a} = \Delta v / \Delta t = 3,3 / (2 \times 0,417) = 4,0 \text{ m.s}^{-2}$  soit un vecteur  $\vec{a}$  de 3,0 cm

6)  $\vec{a}_T = \vec{0}$  donc de valeur nulle et  $\vec{a}_N$  est représentée par un vecteur de 3,0 cm de long soit  $a_N = 4,0 \text{ m.s}^{-2}$ .

7)  $a_N = v^2 / R = 10^2 / 25 = 4,0 \text{ m.s}^{-2}$ . Résultat précédent confirmé.

Intervalle de temps entre deux positions successives : 417 ms.



#### II) Première misère : la panne !

**a** Le véhicule subit son poids  $\vec{P}$ , la force exercée par le conducteur  $\vec{F}$ , la réaction normale du sol  $\vec{R}_n$  et la force de frottement  $\vec{f}$  (Fig. 4).

**b** Le référentiel terrestre, supposé galiléen, est le référentiel d'étude adapté.

**c** La deuxième loi de Newton appliquée au système étudié (de masse constante) s'écrit :  $\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} + \vec{F} = m\vec{a}$ .

**d** La projection de la relation vectorielle précédente sur l'axe (Ox) est :  $0 + 0 - f + F = ma_x$ . Ainsi,  

$$a_x = \frac{F - f}{m} = \frac{2,23 \cdot 10^2 - 2,20 \cdot 10^2}{1,00 \cdot 10^3} = \frac{0,03 \cdot 10^2}{1,00 \cdot 10^3} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}.$$

**e** La primitive de  $a_x$  est :  $v_x(t) = a_x t + k$  où  $k$  est une constante. À  $t = 0$ ,  $v_x(0) = 0$ . Cette vitesse initiale s'écrit aussi :  $v_x(0) = a_x \times 0 + k$ . Il en résulte que  $k = 0$ . Donc  $v_x(t) = a_x t$ . Une deuxième intégration permet d'obtenir l'équation horaire demandée :  $x(t) = \frac{1}{2} a_x t^2 + k'$  où  $k'$  est une constante. La condition initiale sur la position s'écrit  $x(0) = 0$  et donne  $k' = 0$ . Donc finalement  $x(t) = \frac{1}{2} a_x t^2$ .

**f** Antoine poussant sa voiture arrive au garage, situé à la distance  $d = 0,50 \text{ km}$ , à la date  $t_1$  vérifiant  $x(t_1) = d$  ce qui donne :  $\frac{1}{2} a_x t_1^2 = d$   
soit  $t_1 = \sqrt{\frac{2d}{a_x}} = \sqrt{\frac{2 \times 0,50 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^{-3}}} = 6 \cdot 10^2 \text{ s}$ , soit près de 10 min.

**Fig. 4** Forces exercées sur le véhicule.

### III) Il ne manquait plus qu'un carreau !

1) Le mouvement est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen c'est-à-dire qu'on peut y appliquer les lois de Newton (elles sont valables dans ce référentiel).

2) Le système { voiture A+ voiture B } est considéré comme pseudo isolé :

a)  $\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}$  (les forces se compensent) donc  $\vec{p}$  est un vecteur constant : la quantité de mouvement se conserve.

b) D'après 2)a)  $\vec{p}_A + \vec{p}_B = \vec{p}_C$

3) a)  $p_A = m_A \cdot v_A = 1840 \times 45/3,6 = 2,3 \times 10^4 \text{ kg.m.s}^{-1}$

$p_B = m_B \cdot v_B = 1800 \times 50/3,6 = 2,5 \times 10^4 \text{ kg.m.s}^{-1}$

b)  $\vec{p}_C (2,5 \times 10^4 ; 2,3 \times 10^4)$  coordonnées en  $\text{kg.m.s}^{-1}$

4) a) La valeur du vecteur quantité de mouvement  $\vec{p}_C$  :  $p_C = \sqrt{p_A^2 + p_B^2}$   
 $= \sqrt{(2,3 \times 10^4)^2 + (2,5 \times 10^4)^2} = 3,4 \times 10^4 \text{ kg.m.s}^{-1}$

Sa direction, représentée par l'angle  $\alpha$ , prise par rapport à l'axe vertical (Oy) :  $\tan \alpha = p_B/p_A = 2,5/2,3$  d'où  $\alpha = 47^\circ$

La direction par rapport à (Oy) du vecteur vitesse  $\vec{v}_C$  du système après le choc est la même que  $\vec{p}_C$  (vecteurs colinéaires)

b) L'angle de la direction indiquée est supérieur  $\alpha = 47^\circ$  sur le croquis. L'expert a raison de douter de la valeur de la vitesse  $v_B$  déclarée.