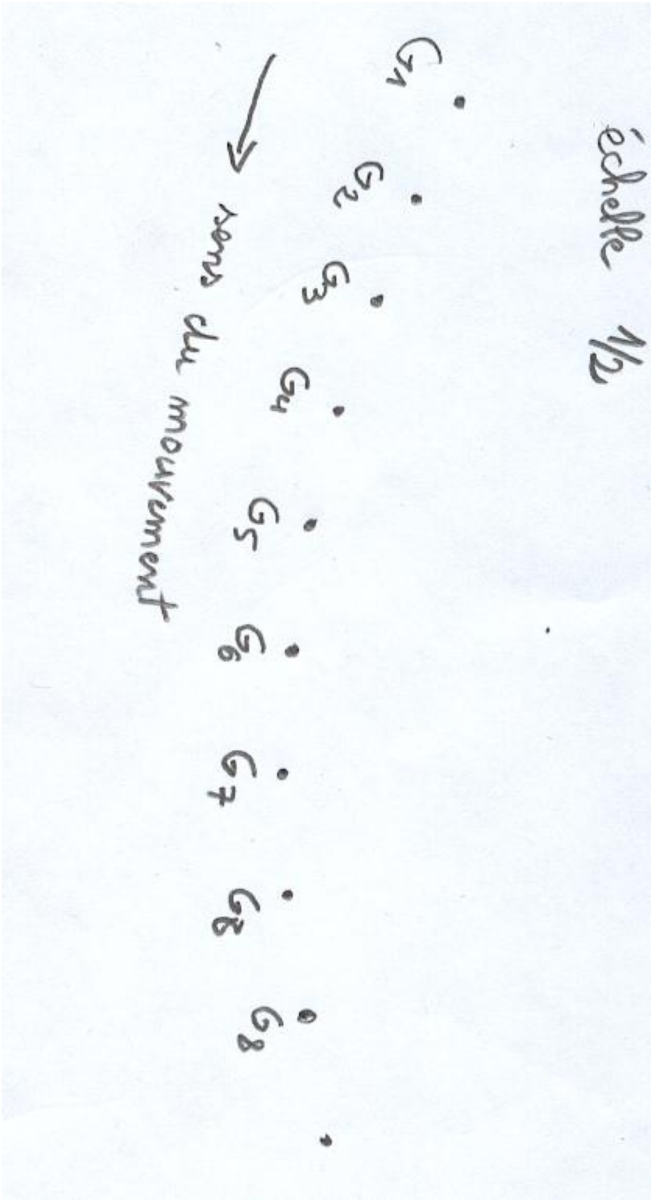
Pendule simple (Bac 2002 Amérique du Sud)

corrigé

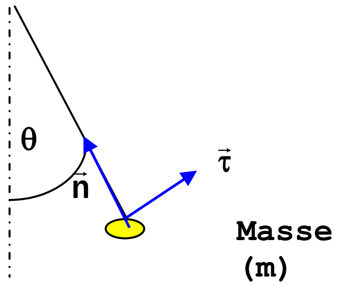


Le mouvement d'un pendule a été enregistré à l'aide d'une table à digitaliser reliée à un ordinateur. Ce pendule est constitué du mobile de masse m, suspendu à l'extrémité d'un fil inextensible et de masse négligeable devant celle du mobile. L'autre extrémité du fil est accrochée en un point fixe O. On pourra assimiler ce pendule à un pendule simple de longueur L.

Données : L = 41 cm; m = 236 g et g = 9,8 m.s^{-2}.

A l'aide d'un logiciel adapté, on enregistre les différentes positions du centre d'inertie G du mobile. On obtient la succession de points représentés sur le document à l'échelle 1/2.

L'intervalle de temps entre 2 points successifs est τ = 30 ms



Q1

a) Effectuer l'étude mécanique. On prendra comme système la masse 'm'. Le repère choisi sera la base de Frenet :

$(\vec{n}, \vec{\tau})$

b) Donner les caractéristiques des forces s'exerçant sur le système.

c) Donner, en énonçant la loi utilisée, l'expression du vecteur accélération du centre d'inertie du solide.

Q2

a) Déterminer les valeurs des vitesses V_3 et V_5 et V_7 (aux instants respectifs t_3 ,t_5 et t_7).

b) Donner les caractéristiques du vecteur vitesse à l'instant t_3

c) Tracer ces vecteurs en prenant comme échelle 1 cm représente 0,2 m.s^{-1}.

Q3

a) A partir du tracé des vecteurs vitesses aux instants t3 et t5 , tracer le vecteur :

$\Delta\vec{v} = \vec{v}_5 - \vec{v}_3$

b) En déduire la norme du vecteur accélération à l'instant t4, notée a(t_4).

Q4

a) Donner l'expression du vecteur accélération dans le cas d'un mouvement circulaire quelconque dans la base de Frenet.

b) Que devient cette expression quand le solide passe par la verticale (au point G7)?

c) En déduire la valeur de la tension T du fil en ce point.

Q5 (hors programme)

a) L'équation différentielle en θ du mouvement du pendule pour les petites oscillations est :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}.\theta = 0$$

Montrer que cette équation est homogène en termes d'unités.

b) A t = 0, $\theta = \theta o$, et la vitesse angulaire du pendule est nulle.

$$(\frac{d\theta}{dt})_0 = 0$$

la solution de cette équation différentielle est :

$$\theta = A.\cos(B.t + C)$$

déterminer les coefficients A(>0) B et C.

c) Calculer la période propre d'oscillation du pendule

d) Qu'appelle-t-on isochronisme des petites oscillations ?