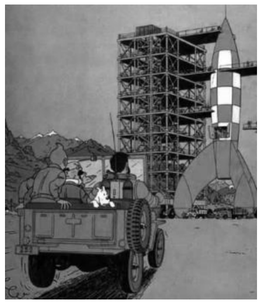
PRENDRE UNE AUTRE FEUILLE **Exercice 3 : Objectif Lune !**

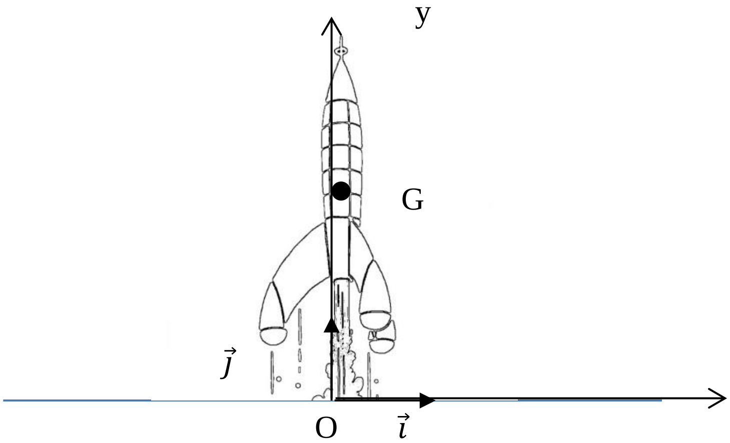
Dans la BD d'Hergé (1953), Tintin et ses compagnons s'embarquent à bord d'une fusée pour rejoindre la Lune.



1. Le décollage

1.1 Déterminer et Représenter les forces qui agissent sur la fusée pendant la phase de décollage (On négligera les frottements de l'air et la poussée d'Archimède)

On considère que la force de poussée est constante dans la première seconde du décollage : F = $8{,}0.10^{6}$ N. La masse M de la fusée vaut $5{,}0.10^{5}$ kg est aussi constante.
g = 9,8 $N.kg^{-1}$ sur Terre



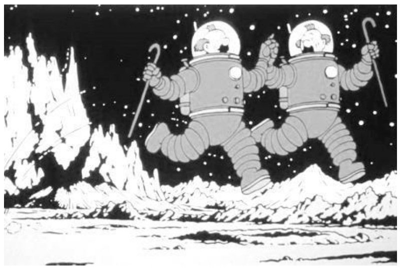
1.2 Citer la deuxième loi de Newton dans le référentiel terrestre, considéré Galiléen
1.3 Appliquer la deuxième loi de Newton, en déduire la valeur de l'accélération a de la fusée.

2. Le voyage Terre-Lune.

Dans l'espace Terre-Lune, la fusée se déplace en mouvement rectiligne uniforme dans le référentiel géocentrique. Sa position est enregistrée toutes les minutes.
Echelle : 1 cm représente 50 km

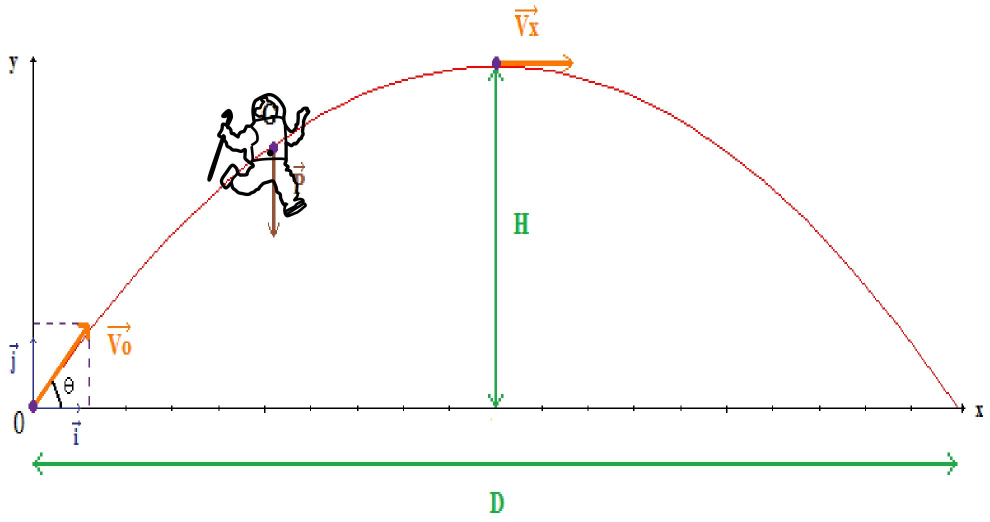
2.1Déterminer la vitesse de la fusée en $m.s^{-1}$ et en $km.s^{-1}$
2.2 En utilisant la première loi de Newton, déterminer si des forces extérieures agissent sur la fusée.

3. Sur la Lune



Les Dupond sortent de la fusée ; ils remarquent que leurs mouvements sont plus faciles que sur la Terre, malgré leur équipement. Leur masse vaut 100 kg avec le scaphandre.
L'intensité de la pesanteur vaut g_L = 1,6 $N.kg^{-1}$
Ils se mettent à courir à la vitesse de v = 2,0 $m.s^{-1}$, puis sautent.

Le schéma ci-dessous montre la trajectoire du centre d'inertie G d'un des deux Dupond dans le référentiel lié au sol lunaire. Θ = 45°.
En t = 0, le centre d'inertie est à l'origine du repère.



3.1 Montrer que la deuxième loi de Newton permet d'obtenir les équations horaires suivantes (**1 point**):

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x = v_o.\cos(\theta) \\ v_y = -g_L.t + v_o.\sin(\theta) \end{pmatrix}$$

Et

$$\overrightarrow{OG} = \begin{pmatrix} x = v_o.\cos(\theta).t \\ y = -\dfrac{1}{2}.g_L.t^2 + v_o.\sin(\theta).t \end{pmatrix}$$

3.2 Remplacer dans les coordonnées les valeurs de v_0 et Θ : Donner alors l'expression numérique de v_x, v_y , x et y en fonction du temps

3.3 Parmi les 4 courbes ci-dessus, attribuer en justifiant à chacune la fonction qui est représentée : x, y , v_x ou v_y

Schéma 1

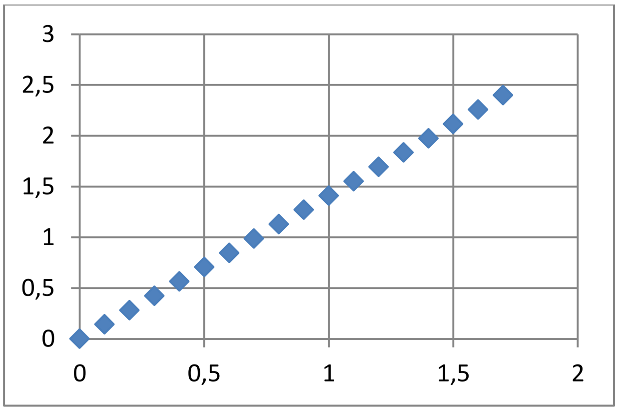


Schéma 2

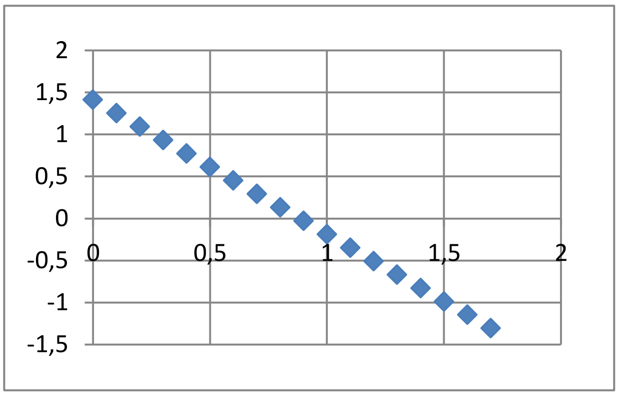


Schéma 3

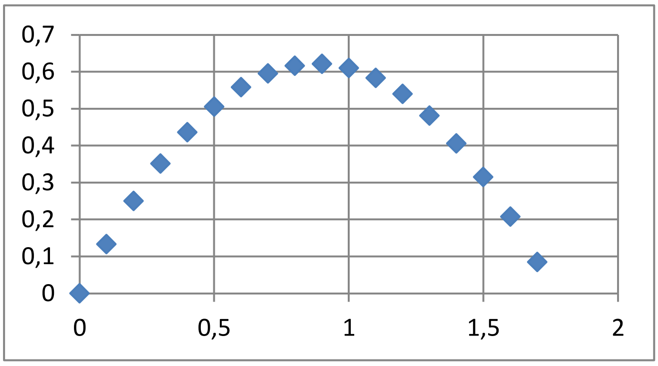
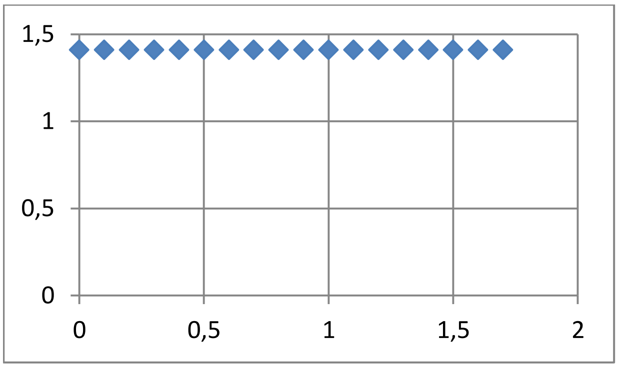


Schéma 4



3.4 Déterminer l'expression littérale et numérique de l'équation de la trajectoire y = f(x) du point G

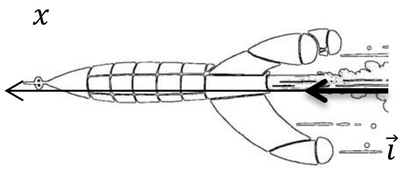
4. <u>Le retour</u>

La fusée rentre sur Terre. En chemin dans l'espace entre la Lune et la Terre, la fusée s'arrête dans le référentiel géocentrique.

4.1 Donner alors l'expression littérale et la valeur de la quantité de mouvement de la fusée.

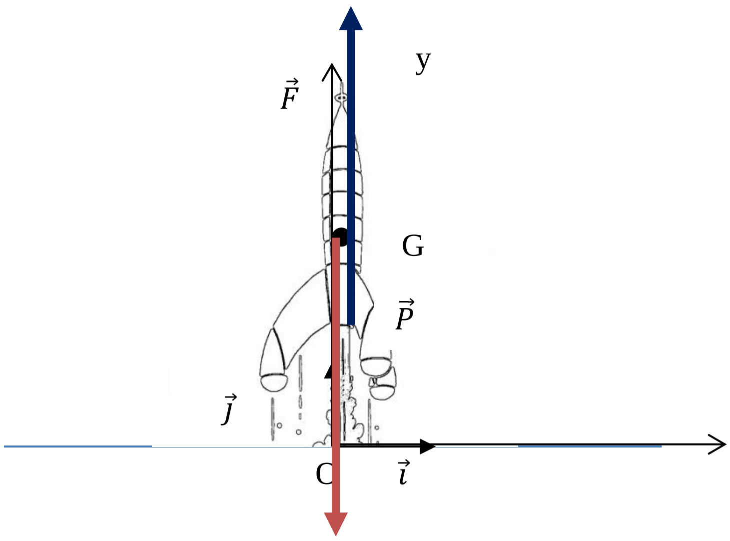
On considère maintenant le système {fusée + gaz éjectés}
Lorsque les moteurs sont remis en route, ils éjectent une masse m = $4{,}0.10^{3}$ kg de gaz à la vitesse v = 20000 $m.s^{-1}$ .La masse M de la fusée après éjection des gaz vaut M = $4{,}0.10^{5}$ kg

4.2 D'après la deuxième loi de Newton, que vaut la quantité de mouvement système {fusée + gaz éjectés} après éjection des gaz ?
4.3 Exprimer littéralement alors la quantité de mouvement de la fusée et celle des gaz éjectés.
4.4 En déduire alors la vitesse V atteinte par la fusée



<u>Correction exercice 3 : Objectif Lune !</u>

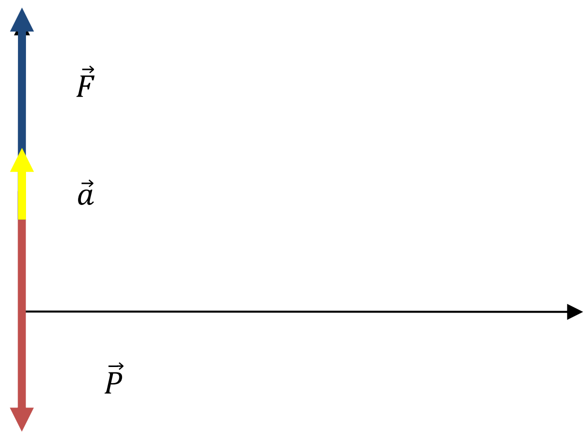
1.1 Bilan des forces : En négligeant les frottements de l'air, il n'y a que le poids $\vec{P}$ et la force de poussée $\vec{F}$ qui agissent sur la fusée



1.2 $\sum_{ext} \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = M\vec{a}$ car la masse est supposée constante

1.3 Par projection sur l'axe vertical $\vec{P} +$ $\vec{F} = M\vec{a}$ *devient* $P_z+F_z = Ma_z$
-P+F = Ma donc
a = (F-P)/M=(F-Mg)/M = F/M -g
a = $8{,}0.10^{6}/5{,}0.10^{5} - 9{,}8$

a= 6,2 m.s^{-2}



2.1 Le mouvement est rectiligne uniforme : on mesure 10 écarts entre les points :13,5 cm
Donc entre deux points la fusée parcourt 1,35 cm soit 1,35*50 = 68 km. En une minute la vitesse vaut alors v = 68 km par minute soit 1,1 km par seconde.
C'est-à-dire v = 1,1.10^3 m/s

2.2 D'après la première loi de Newton, la somme des forces qui agit sur la fusée est nulle car la trajectoire est rectiligne et la vitesse est constante.

3.1La 2ème loi de Newton appliquée au centre d'inertie G s'écrit $\sum_{ext}\vec{F} = \frac{\overrightarrow{dp}}{dt} = m\vec{a}$ car la masse m de Dupond est constante. La seule force qui agit est le poids donc $\vec{P} = m\vec{a}$
D'après le schéma, par projection sur l'axe z on obtient : $\vec{P} = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg_L \end{pmatrix} = m\vec{a} = m\binom{a_x}{a_y}$

Donc $\begin{matrix} a_x = 0 \\ a_y = -g_L \end{matrix}$

Par intégration on obtient : $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x = 0 * t + v_{ox} = v_o.\cos(\theta) \\ v_y = -g_L t + v_{oy} = -g_L t + v_o.\sin(\theta) \end{pmatrix}$

Et

$$\overrightarrow{OG} = \begin{pmatrix} x = v_o.\cos(\theta)\,t + x_o = v_o.\cos(\theta)\,t \\ y = -\frac{1}{2}g_L t^2 + v_o.\sin(\theta).t + y_o = -\frac{1}{2}g_L t^2 + v_o.\sin(\theta).t \end{pmatrix}$$

3.2

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x = 2.\cos(45) = \sqrt{\mathbf{2}} \\ v_y = -1{,}6.t + 2.\sin(45) = \mathbf{-1{,}6t + \sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OG} = \begin{pmatrix} x = v_o.\cos(\theta).t = 2.\cos(45)\,t = \mathbf{\sqrt{2}.t} \\ y = -\frac{1}{2}g_L t^2 + v_o.\sin(\theta).t = \mathbf{-0{,}8t^2 + \sqrt{2}.t} \end{pmatrix}$$

3.3 D'après les équations déterminées en 3.1 et 3.2 nous remarquons que :

- v_x est constant ; son équation est une droite horizontale **schéma 4**
- v_y est une droite de pente négative **schéma 2**
- x est un droite de pente positive **schéma 1**
- y est une équation du second degré **schéma 3**

3.4 l'équation de la trajectoire : on extrait $t = v_o.\cos(\theta)/x$ et on remplace dans l'équation $y = -\frac{1}{2}g_L t^2 + v_o.\sin(\theta).t = y = -\frac{1}{2}\frac{g_L x^2}{\cos(\theta)^2}x^2 + \tan(\theta).x$

4.1. A l'arrêt : $\vec{p} = m\vec{v} = \vec{0}$

4.2. Après éjection des gaz, le système est toujours soumis à aucune force extérieure donc la quantité de mouvement du système est toujours nulle.

4.3

$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{0}$

donc $m\vec{v} + M\vec{V} = \vec{0}$

4.4 par projection mv-MV = 0

donc V = m/M.v

V = $4.10^3/4.10^5$ * 20000 = 200 m/s