

EXERCICE II - VOYAGE DANS LA CEINTURE D'ASTÉROÏDES (7,5 points)

« Le moteur le plus courant de l'univers du film Star Wars est un propulseur ionique. Il est amusant de constater que cette technologie a déjà été réellement utilisée. La sonde Dawn avait pour mission d'étudier Vesta et Cérès, les deux principaux corps de la ceinture d'astéroïdes. C'est grâce à ses propulseurs ioniques qu'elle a pu passer d'un astéroïde à l'autre. Le principe du moteur ionique consiste à ioniser un gaz inerte comme le xénon (c'est-à-dire à produire des ions), à l'aide d'un fort courant électrique. Ensuite, un champ électrique intense accélère les ions produits qui, éjectés par une tuyère, propulsent le vaisseau dans la direction opposée à leur flux. Ce mode de propulsion est très économe : à puissances égales, un moteur ionique consomme dix fois moins de combustible qu'un moteur de fusée classique. Cependant, les moteurs ioniques actuels ne produisent que des accélérations assez faibles et sont tout à fait incapables d'exécuter les acrobaties que réalisent les chasseurs interstellaires de Star Wars. »

D'après Roland Lehoucq - « Faire des sciences avec Star Wars »

Données :

constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$;

constante de Planck : $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$;

charge électrique élémentaire : $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$;

$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$;

constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$;

masse molaire atomique du xénon : $M = 131,3 \text{ g.mol}^{-1}$;

la valeur de la célérité c de la lumière dans le vide est $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

1. La propulsion ionique

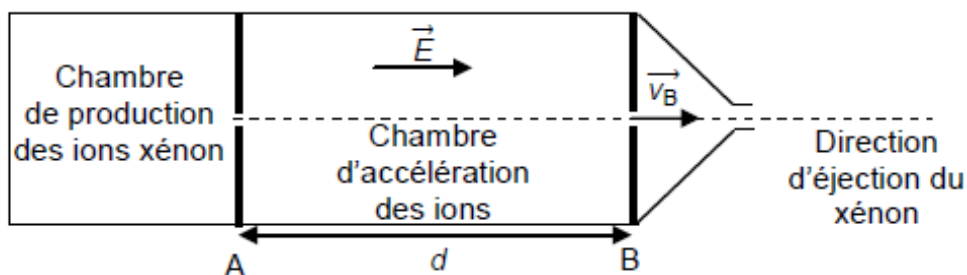


Figure 1. Schéma de principe simplifié d'un moteur ionique.

Les ions xénon créés sont accélérés entre les grilles A et B par un champ électrique \vec{E} supposé uniforme. À la sortie de la chambre d'accélération, un dispositif appelé neutraliseur, transforme les ions xénon en atomes de xénon, afin de maintenir la charge électrique globale de la sonde Dawn constante.

1.1. Étude de l'ionisation du xénon

L'énergie d'ionisation d'un atome est l'énergie minimale nécessaire pour arracher un électron de cet atome. Dans le cas du moteur ionique, le mécanisme d'ionisation est fondé sur des processus physiques complexes. On étudie ici un mécanisme plus simple au cours duquel le xénon est ionisé par une radiation lumineuse.

1.1.1. L'énergie d'ionisation d'un atome de xénon est égale à 12,1 eV. Démontrer que la valeur minimale de la longueur d'onde λ de la radiation qui permettrait l'ionisation d'un atome de xénon en ion Xe^+ vaut $\lambda = 1,03 \times 10^{-7} \text{ m}$. On rappelle que l'énergie $E = h \cdot \nu$ avec h constante de Planck et ν fréquence de la radiation en Hertz (Hz).

1.1.2. Dans quel domaine d'ondes électromagnétiques se situe cette radiation ? Justifier.

1.2. L'accélération des ions xénon

1.2.1. Montrer que la masse d'un atome de xénon vaut $m = 2,18 \times 10^{-25} \text{ kg}$.

1.3. Principe de la propulsion par réaction de la sonde spatiale

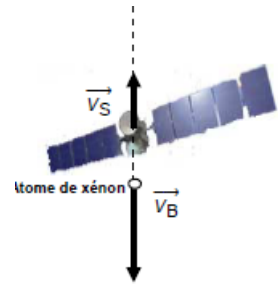
On désire illustrer le principe de la propulsion par réaction. On se place dans un référentiel R dans lequel la sonde Dawn est initialement immobile, dans une région de l'espace éloignée de tout astre.

La masse de la sonde Dawn, avant le démarrage du moteur ionique, est égale à $M_s = 1240$ kg.

On étudie dans un premier temps l'éjection d'un seul atome de xénon, de vitesse \vec{v}_B par rapport au référentiel R. Après cette éjection, la sonde de masse $(M_s - m)$, acquiert une vitesse \vec{v}_S par rapport à R.

1.3.1. Donner l'expression de la quantité de mouvement \vec{p}_1 de l'atome

éjecté ainsi que la quantité de mouvement \vec{p}_2 de la sonde de masse $(M_s - m)$ après l'éjection de l'atome de xénon. Le schéma ci-contre représente la sonde Dawn ; les vecteurs vitesse sont représentés sans souci d'échelle.



1.3.2. Dans la situation étudiée, justifier, à partir de la seconde loi de Newton, la conservation de la quantité de mouvement du système {sonde + atome de xénon}

et l'égalité suivante : $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{0}$

1.3.3. En déduire l'expression de v_s en fonction de v_B , M_s et m .

1.3.4. Calculer la valeur de v_s et commenter le résultat. On prendra $v_B = 2,1 \times 10^4$ m.s⁻¹.

En réalité, le moteur ionique éjecte en continu une grande quantité d'atomes de xénon : il consomme 3,3 mg de xénon par seconde.

1.3.5. La sonde Dawn a une réserve de 450 kg de xénon. Indiquer pendant combien d'années N le moteur ionique peut fonctionner.

2. L'astéroïde Cérès

En 2015, la sonde Dawn s'est mise en orbite quasi-circulaire de rayon r autour de l'astéroïde Cérès, astéroïde de rayon moyen $R = 470$ km. Ses moteurs ioniques désactivés, la sonde Dawn a effectué une révolution autour de Cérès à une altitude moyenne de $h = 13500$ km en 15 jours à la vitesse v .

Données :

masse de Cérès : $M_c = (9,46 \pm 0,04) \times 10^{20}$ kg. On notera M_b la masse de la sonde Dawn.

2.1. Dessiner le vecteur force \vec{F} exercée par Cérès sur la sonde Dawn sur un schéma (sans soucis d'échelle).

Représenter le repère de Frenet (\vec{U}_N, \vec{U}_T) à partir du centre d'inertie de la sonde. Quelle est l'expression littérale du vecteur force \vec{F} (formule) ?

2.2. Montrer que, dans le cas d'un mouvement circulaire, le mouvement de la sonde Dawn autour de Cérès est uniforme.

2.3 Établir que la vitesse v de la sonde Dawn sur son orbite de rayon r autour de Cérès est donnée par la

$$\text{relation : } v = \sqrt{\frac{G \cdot M_c}{r}}$$

2.4. En déduire l'expression de la troisième loi de Kepler.