

Le saut de la grenouille (bac USA 2004)

Etienne Jules Marey (Beaune, 1830 - Paris 1904), physiologiste français, est connu pour ses études sur la démarche humaine, Il est l'inventeur de la chronophotographie. Cette technique permet d'étudier les mouvements rapides, en réalisant à l'aide d'éclairs périodiques l'enregistrement, sur une même image, des positions et des attitudes d'un animal à des intervalles de temps réguliers.

Pour atteindre un nénuphar situé à 40 cm une grenouille effectue un saut avec une vitesse initiale $v_0 = 2 \text{ m.s}^{-1}$. Le vecteur vitesse initial fait un angle $\alpha_0 = 45^\circ$ avec la direction horizontale, On prendra pour valeur de l'accélération de la pesanteur $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

L'analyse d'un des clichés, à l'aide d'un logiciel informatique, permet d'obtenir l'enregistrement des positions successives du centre d'inertie de la grenouille. La figure 9 de l'annexe page 11 à rendre avec la copie reproduit ces positions à l'échelle 1/2.

La première position du centre d'inertie de la grenouille (0), sur le document, correspond à l'origine du repère (point 0) à la date choisie comme origine des temps. La durée entre deux positions, successives est $\tau = 20 \text{ ms}$.

Q1

a) Déterminer les valeurs v_9 et v_{11} des vecteurs vitesse instantanée du centre d'inertie de la grenouille aux points G_9 et G_{11} . Tracer sur la figure 9 ces vecteurs (échelle 1 cm pour $0,5 \text{ m.s}^{-1}$).

b) Construire sur la figure 9 le vecteur :

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_{11} - \vec{v}_9$$

(origine le point G_{10})

Déterminer sa valeur en utilisant l'échelle précédente.

c) En déduire la valeur a_{10} du vecteur accélération du centre d'inertie à l'instant t_{10} . Tracer sur la figure 9 le vecteur de valeur a_{10} avec pour origine le point G_{10} (échelle 1 cm pour 5 m.s^{-2}).

Étude dynamique du mouvement.

Q2

a) Les actions mécaniques dues à l'air étant négligées, utiliser la deuxième loi de Newton pour déterminer les caractéristiques du vecteur accélération du centre d'inertie (G) de la grenouille au cours du saut.

b) Montrer que les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du point G sont :

$$x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha_0 \cdot t \quad \text{et} \quad y(t) = -1/2 \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha_0 \cdot t$$

c) En déduire l'équation de la trajectoire du centre d'inertie de la grenouille. Ce résultat est-il conforme à l'allure de la trajectoire de l'enregistrement expérimental ?

Q3

a) Quelles sont les caractéristiques du vecteur vitesse du point G au sommet S de la trajectoire ? En déduire l'expression littérale de la date t_s à laquelle ce sommet est atteint.

b) Calculer ensuite la hauteur maximale atteinte par la grenouille.

c) La grenouille, se déplace de nénuphar en nénuphar.

Quelle doit être la valeur de la vitesse initiale lors du saut pour que la grenouille puisse atteindre un nénuphar situé à 60 cm, l'angle α_0 entre le vecteur vitesse et la direction horizontale étant inchangé.

Échelle : 1/2

$\tau = 20 \text{ ms}$; $v_0 = 2 \text{ m.s}^{-1}$; $\alpha_0 = 45^\circ$

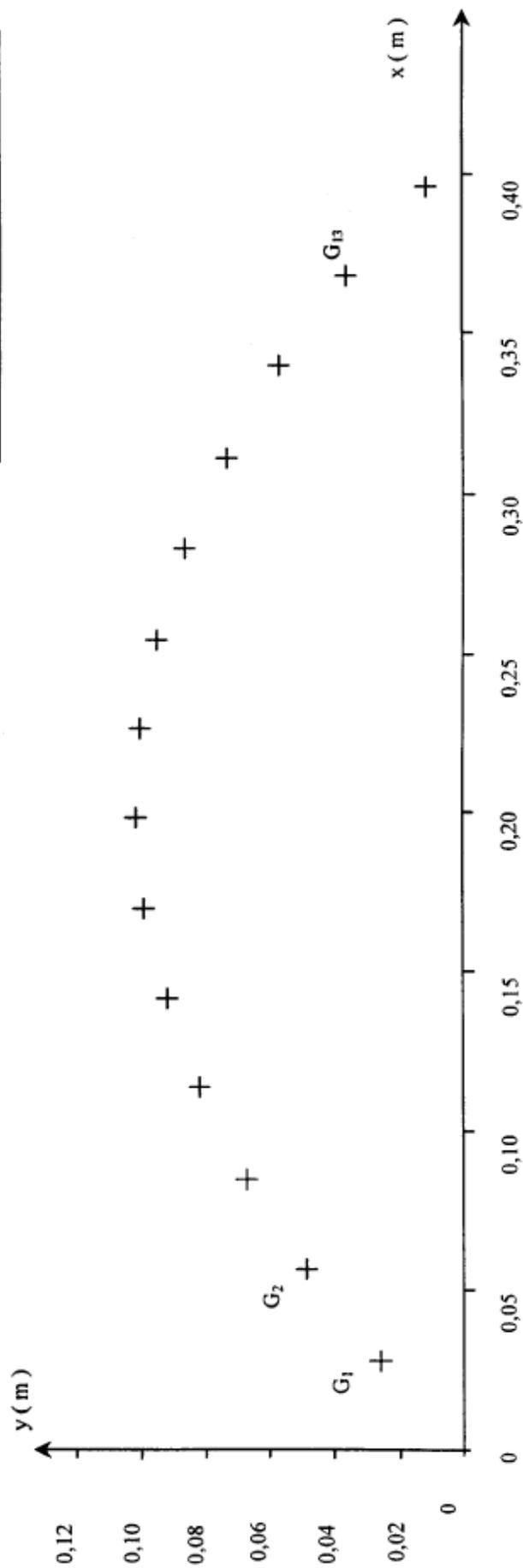


Figure 9