

## Tournoi des six nations

### Q1

a) Pour faire l'étude mécanique du système, il faut toujours définir dans l'ordre :

1) Le système : le ballon.

2) Le référentiel : la terre supposée référentiel galiléen, dans lequel on pourra appliquer la seconde loi de Newton

$R(O, \vec{i}, \vec{j})$

3) Le repère lié au référentiel : .

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{P}$$

4) Somme de forces extérieures au système :

(poids du solide) , les autres forces sont négligées.

**Seconde loi de Newton ou principe fondamental de la dynamique :**

**Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquée à un système matériel est égale à la dérivée par rapport au temps de sa quantité de**

**mouvement:**  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt}$

Dans ce cas particulier où le système conserve une masse constante, la seconde loi devient:

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{P} = -mg \cdot \vec{j} = ma_x \cdot \vec{i} + ma_y \cdot \vec{j}$$

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = m \cdot \frac{d(\vec{v})}{dt} = m \cdot \vec{a}$$

Par conséquent les coordonnées du vecteur accélération du centre d'inertie du ballon sont :

$a_x = 0$  et  $a_y = -g$ .

b) Sur l'axe des x, l'accélération  $a_x = 0$  donc **le mouvement est rectiligne uniforme**

Sur l'axe des y, l'accélération  $a_y = -g$ , **le mouvement est uniformément accéléré.**

c) Réponse partielle, [voir la vidéo pour plus d'information.](#)

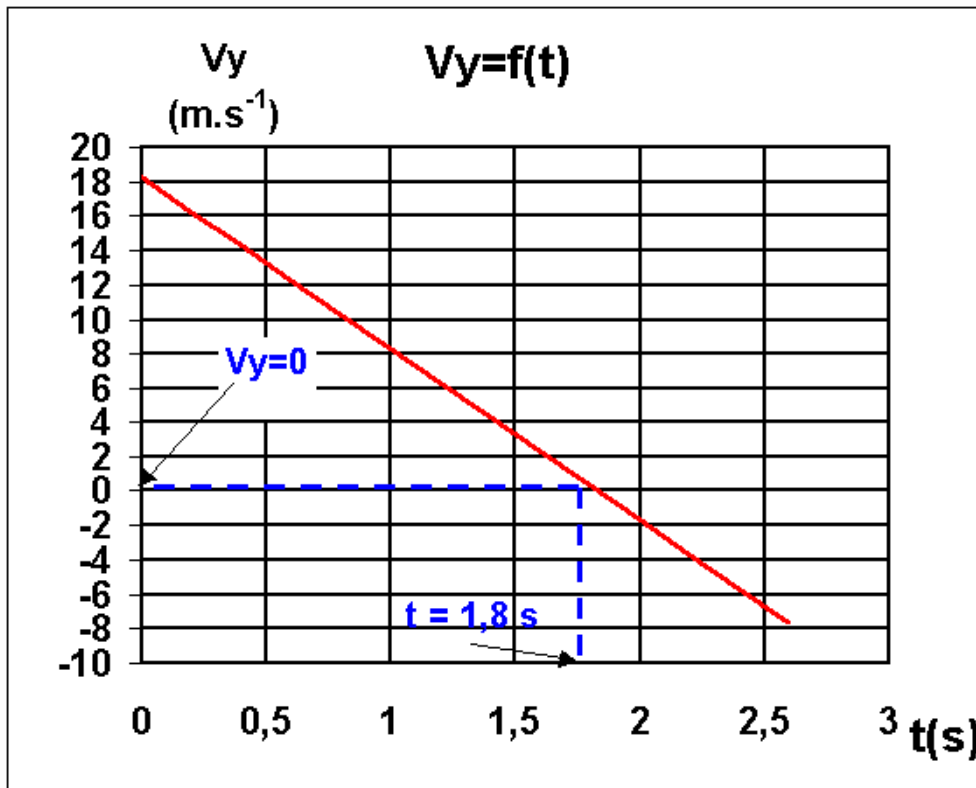
$V_x(t) = V_0 \cdot \cos(\alpha)$  ;  $x = V_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$  ;  $V_y(t) = V_0 \cdot \sin(\alpha) - g \cdot t$  ;  $y = -0,5 \cdot g \cdot t^2 + V_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t$  ;

### Q2

a) La question à 2 euros !

$m = 0,42 \text{ kg}$  ;  $E_c = 120 \text{ J}$  ;

$$E_c = \frac{m \cdot V_0^2}{2} \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 120}{0,42}} = 23,9 \text{ m.s}^{-1}$$



b) Réponse partielle, [voir la vidéo pour plus d'information.](#)  
 $\alpha = 49^\circ$

c) Quand le ballon atteint son point le plus élevé, la vitesse sur l'axe des y ( $V_y$ ) est nulle. La vitesse sur l'axe des y étant nulle, le ballon ne peut aller plus haut !

1) Méthode

graphique :

D'après le graphe pour  $V_y = 0$ ,  $t = 1,8 \text{ s}$  environ.

2) Méthode analytique :

$$V_y = V_0 \cdot \sin(\alpha) - g \cdot t = 0$$

Par conséquent :

$$t = \frac{V_0 \cdot \sin(\alpha)}{g} = \frac{23,9 \times \sin(48)}{10} = 1,8 \text{ s}$$

Remarque : dès que  $t > 1,8 \text{ s}$ , la coordonnée  $V_y$  devient négative, car le ballon commence à descendre vers les poteaux.

La pénalité sera t-elle marquée ? Patience, nous le découvrirons plus tard.

### Q3

a) L'équation de la trajectoire est donnée par la relation  $y = f(x)$

$$t = \frac{x}{V_0 \cdot \cos(\alpha)}$$

$$x = V_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$$

On reporte dans l'équation horaire  $y = -0,5 \cdot g \cdot t^2 + V_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t$ , la valeur de  $t$  :

$$y = \frac{-g}{2} \cdot \left( \frac{x}{V_0 \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 + V_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot \left( \frac{x}{V_0 \cdot \cos(\alpha)} \right) \Rightarrow$$

$$y = \frac{-g \cdot x^2}{2 \cdot V_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} + x \cdot \tan(\alpha)$$

b) Réponse partielle, [voir la vidéo pour plus d'information](#).

La portée est :

**D = 56,5 m**

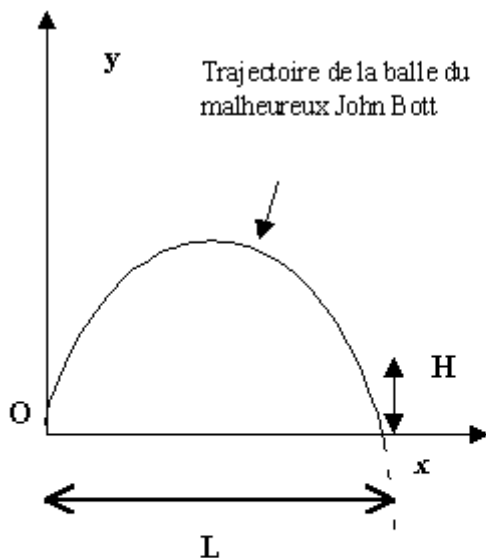
c) La plus haute altitude  $y$  est atteinte à  $t = 1,8$  s.

En reportant dans l'équation  $y = -0,5 \cdot g \cdot t^2 + V_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t$  on obtient la flèche !

$$F = -0,5 \times 10 \times (1,8)^2 + 23,9 \cdot \sin(49) \times 1,8 = 16,3 \text{ m.}$$

**F = 16,3 m**

Impressionnant, ce John Bott !



Tête d'un spectateur français



$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

$$V_x = V_0 \cdot \cos(\alpha) = 23,9 \cdot \cos(49) = 15,7 \text{ m.s}^{-1}$$

$$V_y = V_0 \cdot \sin(\alpha) - g \cdot t \text{ (avec } t = 3,61 \text{ s)}$$

$$V_y = 23,9 \cdot \sin(49) - 10 \cdot 3,61 = -18,1 \text{ m.s}^{-1}$$

Par conséquent :

$$V = \sqrt{(15,7)^2 + (-18,1)^2} = 23,9 \text{ m.s}^{-1}$$

On retrouve la vitesse initiale  $V_0$  ! C'est une propriété de ce type de parabole.

**Q5**

**Q4**

a) La portée  $D = 56,6$  m est inférieure à la distance entre le ballon et les poteaux ( $L = 60$  m) ! Le ballon retombe avant de franchir la barre transversale !

Conclusion: l'essai n'est pas bon, John Bott est viré, on gagne le grand chelem.

b) Quand le ballon touche le sol  $x = D = 56,6$  m.

En reportant dans l'équation horaire  $x(t) = V_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$ , on trouve la valeur de  $t$  :

$$D = V_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \Rightarrow t = \frac{D}{V_0 \cdot \cos(\alpha)} = \frac{56,6}{23,9 \cdot \cos(49)} = 3,61 \text{ s}$$

Le ballon touche le sol après un vol d'une durée de 3,61 s, dans l'azur du parc des Princes

c) Sa vitesse est donnée par la formule :

a) Réponse partielle [voir la vidéo pour plus d'information.](#)

$$a'_y = g \left( -1 + \frac{V \cdot \mu(\text{air})}{m} \right)$$

b) [Non ! Voir la vidéo pour plus d'information.](#)

$$D = \frac{V_0 \cdot \sin(2\alpha)}{g}$$

c) L'expression de la portée, si on néglige la poussée d'Archimède est :

[\(voir question Q3-b\)](#)

Par conséquent l'expression de la portée en tenant compte de la poussée d'Archimède est :

$$D' = \frac{V_0 \cdot \sin(2\alpha)}{g \left( 1 - \frac{V \cdot \mu(\text{air})}{m} \right)}$$

Le dénominateur étant inférieur à celui établi dans l'expression de D, D' sera supérieur à D !  
Logique, la poussée d'Archimède est une force orientée dans un sens opposé au poids. Elle va permettre au ballon de retomber un peu plus loin qu'en l'absence de poussée d'Archimède.