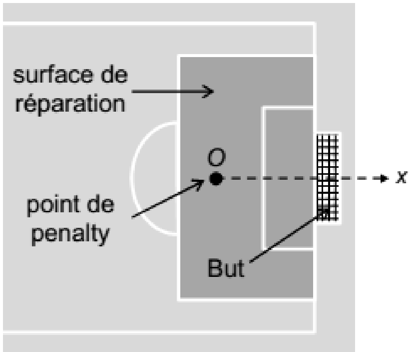

Ex 2

Lors d'un match de football, un joueur doit tirer un pénalty et décide de tenter un tir en cloche dans le plan (xOz)). Le joueur dépose le ballon au point de pénalty O(x_o,=0 m ; z_o = 0 m) pris comme origine du repère $R(O,\vec{i},\vec{k})$. Le joueur tape le ballon en direction du centre du but et lui communique une vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ de valeur 11,5 $m.s^{-1}$ et dont la direction fait un angle α = 55° avec l'horizontale.

Données :

- intensité de la pesanteur : g = 9,81 $N.kg^{-1}$; masse du ballon : m = 620 g ;
- termes utilisés dans la pratique du football :

Les buts
Les buts sont constitués de deux montants verticaux (poteaux) reliés en leur sommet par une barre transversale. Le bord inférieur de la barre transversale se situe à une hauteur de 2,44 m par rapport au sol.
Le pénalty
Le pénalty est une action consistant à frapper directement au but depuis un point nommé « point de pénalty » ou « point de réparation ». Un pénalty est réussi si le ballon franchit la ligne de buts en passant entre les montants et sous la barre transversale.
La surface de réparation
À l'intérieur de chaque surface de réparation, le point de pénalty est marqué à 11,0 m du milieu de la ligne de but et à égale distance des montants verticaux du but.

1. Schématisation du problème

1.1. Tracer un repère orthonormé (Ox, Oz) et représenter, dans ce repère, la situation du pénalty, sans souci d'échelle. Les grandeurs suivantes devront apparaitre : le vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$, l'angle α ; la hauteur h des buts, la distance d du point de pénalty à la ligne de but, l'allure de la trajectoire et le point A où se situe le ballon lorsqu'il franchit la ligne de but (le penalty étant marqué !) .

1.2. Quelles conditions doivent vérifier les coordonnées (x_A ; z_A) de ce point pour que le pénalty soit réussi ?

2. Étude dynamique du mouvement du ballon
Dans cette partie, on étudie le mouvement du centre d'inertie G du ballon en négligeant les forces de frottement de l'air sur le ballon ainsi que la poussée d'Archimède.
2.1. Établir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du centre d'inertie du ballon et en déduire la valeur de ses composantes a_x et a_z dans le repère $R(O,\vec{i},\vec{k})$.
2.2. Établir les équations horaires $V_x(t)$ et $V_z(t)$ du mouvement du centre d'inertie G.
2.3 Établir les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ du mouvement du centre d'inertie G.
2.4 Montrer que l'équation de la trajectoire du ballon, dans le plan (xOz), peut s'écrire : $z(x) = -\dfrac{g.x^2}{2.v_0^2.(\cos\alpha)^2} + \tan\alpha.x$
2.5. En exploitant les données et les documents, déterminer si le pénalty décrit en début d'exercice est réussi. Expliciter votre raisonnement.
3. Étude énergétique du mouvement du ballon
On admet que le ballon passe au niveau de la ligne de but à une hauteur $z_A = h_A$.
3.1. Rappeler les expressions de l'énergie cinétique E_c, de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} et de l'énergie mécanique E_m. On choisira un axe vertical ascendant et une énergie potentielle de pesanteur nulle à l'origine.
En explicitant votre raisonnement, associer à chaque courbe du document 1 la forme d'énergie correspondante.

3.2. Que peut-on dire de l'énergie mécanique du ballon lors de son mouvement ? Justifier par rapport au travail de(s) force(s) agissant sur le système ballon.

3.3 A partir des courbes, déterminer la vitesse V_C du ballon au point C d'abscisse x_C = 4 m.

3.4 A partir des courbes démontrer que l'altitude du point C vaut z_c = 3,9 m

3.5 En utilisant la réponse à la question 3.2, exprimer la vitesse du point C en fonction de V_0, m, g, z_C. Calculer V_C et la comparer avec le résultat obtenu à la question 3.3.

Document 1 : Évolution des énergies E_m, E_{pp} et E_c