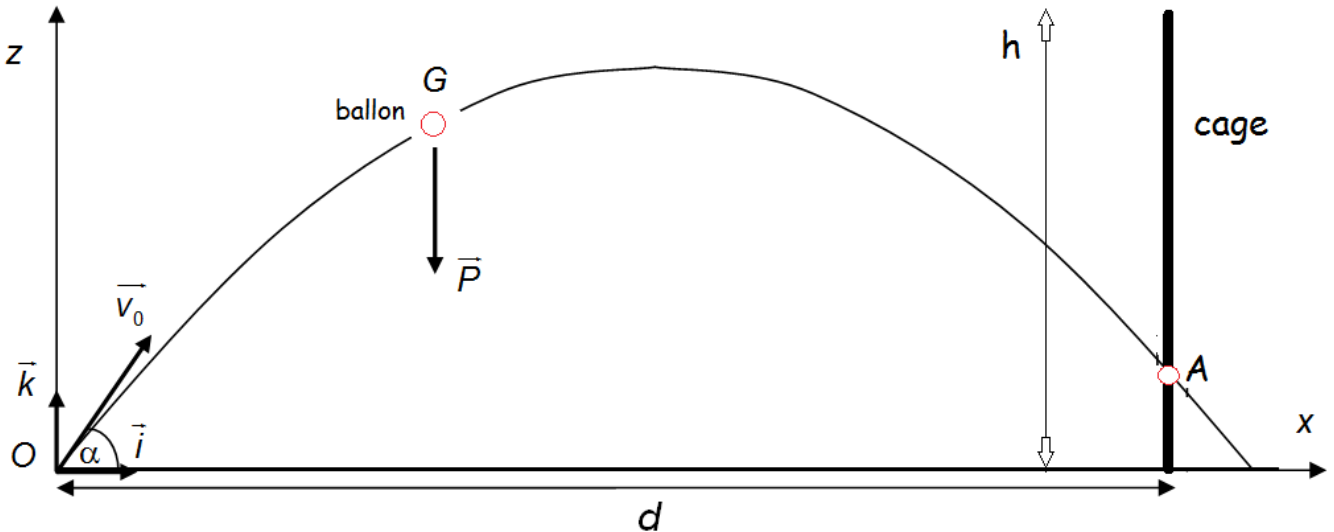


Ex 2 (corrigé)

1.1.



1.2. $x_A = d$; $z_A < h = 2,44$ m

2.1. Seconde loi de Newton ou principe fondamental de la dynamique :

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système matériel est égale à la dérivée par rapport au temps de sa quantité de mouvement: $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt}$

Dans ce cas particulier où le système conserve une masse constante, la seconde loi devient:

$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = m \cdot \frac{d(\vec{v})}{dt} = m \cdot \vec{a}$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{g} = \vec{a} \Rightarrow -g \cdot \vec{j} = a_x \cdot \vec{i} + a_z \cdot \vec{j}$$

Par conséquent les coordonnées du vecteur accélération du centre d'inertie du ballon sont :

$$a_x = 0 \text{ et } a_y = -g.$$

2.2. $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \vec{i} + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \vec{j}$; Les équations horaires de la vitesse égales aux primitives des équations horaires des coordonnées de l'accélération

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = k_1 \\ v_z = -g \cdot t + k_2 \end{cases}$$

Les constantes k_1 et k_2 sont déterminées grâce aux conditions initiales de la vitesse ($t = 0$ s)

$$v_x(0) = v_0 \cdot \cos \alpha = k_1$$

$$v_z(0) = v_0 \cdot \sin \alpha = -g \cdot 0 + k_2$$

$$k_1 = v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$k_2 = v_0 \cdot \sin \alpha$$

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_z = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

2.3 Les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ sont les primitives des fonctions $v_x(t)$ et $v_z(t)$

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_z = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases} \Rightarrow \vec{OG} \begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t + k_3 \\ z = -\frac{g}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + k_4 \end{cases}$$

Les constantes k_3 et k_4 sont déterminées grâce aux conditions initiales de la vitesse ($t = 0$ s) : $x_0 = 0$ m ; $z_0 = 0$ m

$$\begin{cases} x(0) = 0 = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot 0 + k_3 \Rightarrow k_3 = 0 \\ z = -\frac{g}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + k_4 \Rightarrow k_4 = 0 \end{cases}$$

$$\overline{OG} \begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ z = -\frac{g}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

2.4 Pour trouver l'équation de la trajectoire on élimine le temps t dans les équations horaires :

$$x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} \text{ on reporte ensuite cette valeur dans l'équation horaire } y = f(t) :$$

$$z = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha}\right)^2 + v_0 \cdot (\sin \alpha) \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha}\right)$$

$$z = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha}\right)^2 + \tan \alpha \cdot x$$

2.5. On calcule z_A

$$z_A = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x_A}{v_0 \cdot \cos \alpha}\right)^2 + \tan \alpha \cdot x_A$$

$$z_A = -0,5 \times 9,81 \times \left(\frac{11}{11,5 \times \cos(55)}\right)^2 + \tan(55) \cdot 11$$

$$z_A = 2,1 \text{ m} < 2,44 \text{ m}$$

Penalty réussi

3. Étude énergétique du mouvement du ballon

On admet que le ballon passe au niveau de la ligne de but à une hauteur $z_A = h_A$.

$$3.1. E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 ; E_{pp} = m \cdot g \cdot (z - z_0) = m \cdot g \cdot z ; E_m = E_c + E_{pp}$$

Courbe 3 : énergie potentielle de pesanteur car pour $x = 0$, $z = 0$ donc $E_{pp} = m \cdot g \cdot z = 0$

Courbe 2 énergie cinétique car au cours de la montée la balle a sa vitesse qui diminue donc E_c diminue également

Courbe 1 : l'énergie mécanique qui est la somme des 2 autres énergies.

3.2. D'après la courbe $E_m = \text{constante}$ en effet $\Delta E_m = W(\vec{F}_{nc}) = 0$ car il n'y a pas de frottement.

3.3 A partir des courbes, déterminer la vitesse V_C du ballon au point C d'abscisse $x_C = 4 \text{ m}$.

D'après la courbe :

$$E_c(C) = 17 \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_C^2$$

$$V_C = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c(C)}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 17}{0,620}} = 7,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

3.4 $E_{pp}(C) = m \cdot g \cdot z_C$ donc $z_C = E_{pp}(C) / (m \cdot g) = 24 / (9,81 \times 0,620) = 3,9 \text{ m}$

3.5

$$E_m(C) = E_m(O)$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_C^2 + m \cdot g \cdot z_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_O^2$$

$$V_C = \sqrt{V_O^2 - 2 \cdot g \cdot z_C} = \sqrt{11,5^2 - 2 \times 9,81 \times 3,9}$$

$$V_C \approx 7,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$